

ズバリの中!

2020年度 大阪医科大学 入試問題

2020年2月11日実施

数学 積分の漸化式の処理

(5) n を 0 以上の整数として、次のようにおく。

$$c_n(x) = \int_0^x t^n \cos t \, dt, \quad s_n(x) = \int_0^x t^n \sin t \, dt, \quad f_n(x) = \int_0^x t^n \cos(x-t) \, dt$$

- (1) $n \geq 1$ のとき, $c_n(x), s_n(x)$ を $c_{n-1}(x), s_{n-1}(x)$ を用いて表せ。
 (2) $n \geq 2$ のとき, $f_n(x)$ を $f_{n-2}(x)$ を用いて表せ。

解答 (1) 部分積分を行うことにより,

$$\begin{aligned} c_n(x) &= [t^n \sin t]_0^x - \int_0^x n t^{n-1} \sin t \, dt \\ &= x^n \sin x - n s_{n-1}(x) \end{aligned}$$

また, 同様にして

解法に注目!

(2) 部分積分を行うことにより,

$$\begin{aligned} f_n(x) &= [t^n \{-\sin(x-t)\}]_0^x - \int_0^x n t^{n-1} \{-\sin(x-t)\} \, dt \\ &= n \int_0^x t^{n-1} \sin(x-t) \, dt \\ &= n \int_0^x t^{n-1} \sin t \, dt \end{aligned}$$

「部分積分」を用いる積分の漸化式。定番問題ではあるが、メビオでは試験前日に改めてこのテーマを複数問で練習。本番では多くのメビオ生が自信を持ってこの問題に取り組めた。

前日に
解法を
確認!

2月10日実施の直前 テキスト

n を 0 以上の整数とする。

- (2) $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} \, dx$ とする。 $n \geq 1$ のとき I_n を I_{n-1} で表せ。
 (3) $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ とする。 $n \geq 2$ のとき I_n を I_{n-2} で表せ。

解答

(2) 部分積分を行うことにより,

$$\begin{aligned} I_n &= \left[x^n \cdot \frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{n}{2} x^{n-1} e^{2x} \, dx \\ &= \frac{1}{2} e^2 - \frac{n}{2} I_{n-1} \end{aligned}$$

(3) 部分積分を行うことにより,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x)' \sin^{n-1} x \, dx$$

入試問題
ズバリの中!

医学部進学予備校
メビオ
<https://www.mebio.co.jp/>

☎ 0120-146-156

携帯からOK 受付時間 9~21時 土日祝可

大阪市中央区石町2-3-12ベルヴォア天満橋