川崎医科大学2014年度入学試験 解答速報 物理

平成 26 年　1 月 25 日　実施

1

次の問いに対して，最も適切なものを選択肢の中から一つ選びなさい．

(1)　質量 m_1，m_2 の 2 つの天体 1, 2 が，互いの万有引力により，図 1 のように平面上で C 点を中心として角速度 ω の等速円運動をしている．万有引力定数を G, C 点から天体 1，2 までの距離をそれぞれ r_1，r_2，天体間の距離を $R = r_1 + r_2$ とする．

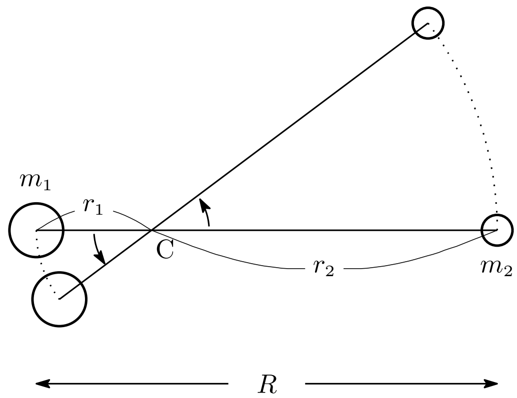

図 1

円運動の向心力 F は，$F = \boxed{ア：④\ G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}}$ なので，天体 1, 2 の運動方程式はそれぞれ $F = \boxed{イ：⑤\ m_1 r_1 \omega^2}$，$F = \boxed{ウ：⑤\ m_2 r_2 \omega^2}$ と書け，これらから $\boxed{エ：②\ m_1 r_1 = m_2 r_2}$ が得られるので，r_2 を R で表すと，$r_2 = \boxed{オ：②\ \dfrac{m_1}{m_1 + m_2} R}$ となる．ω と R の関係は $\omega^2 = \boxed{カ：①\ G\dfrac{m_1 + m_2}{R^3}}$ となり，円運動の周期 T は $T = \boxed{キ：①\ 2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{G(m_1 + m_2)}}}$ となる．

天体 1 と 2 の間の L 点で，質量 m の人工衛星に適切な初速を与えたところ，人工衛星は，図 2 のように 2 つの天体との相対位置が変わらないような等速円運動を始めた．m は m_1，m_2 と比べて非常に小さく，人工衛星が天体の運動に与える影響は無視できるものとして，L 点の満たすべき条件を考える．

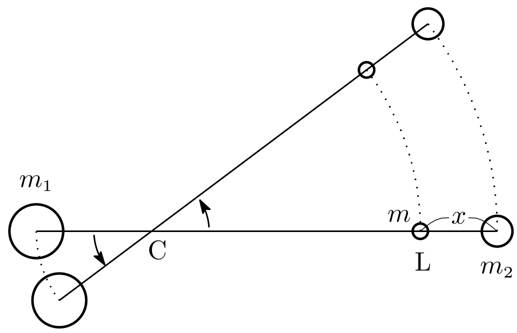

図 2

L 点と天体 2 との距離を x とすると，天体 1，2 と人工衛星にはたらく万有引力 F_1，F_2 はそれぞれ $F_1 = \boxed{ク：⊖\ G\dfrac{m_1 m}{(R-x)^2}}$，$F_2 = \boxed{ケ：⊖\ G\dfrac{m_2 m}{x^2}}$ で，人工衛星にはたらく遠心力 F は $F = \boxed{コ：⑤\ m\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}R - x\right) G\dfrac{m_1 + m_2}{R^3}}$ なので，

力のつりあい式を整理すると，$\boxed{サ：⑤\ \dfrac{m_1}{(R-x)^2} = \dfrac{m_2}{x^2} + \left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}R - x\right)\dfrac{m_1 + m_2}{R^3}}$ が得られる．

(2) **問 1**　滑らかな水平面上に台車が置かれており，台車はばね定数 k のばねにつながれ，ばねの他端は固定されている．台車には音源が乗せてあり，周波数 f の音波を発生している．音源と台車を合わせた全体の質量は m で，音速は V とする．

ばねをつり合いの位置から引き伸ばして台車を静かに離すと，台車は振幅 a の単振動をした．ばねが伸びる向きに x 軸の正方向を取り，ばねがつり合いの状態にあるときの音源の位置を $x=0$ とする．

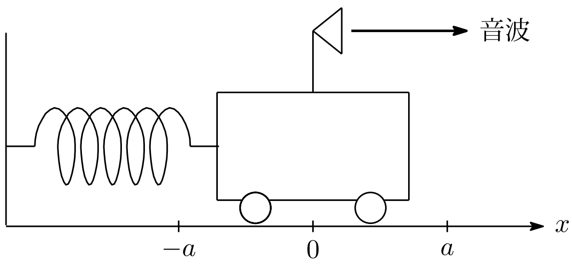

図 3

台車の前方の x 軸上には静止した観測者がおり，音源から伝わる音が，最高音と最低音を周期 T で繰り返すのを観測していた．

(a)　周期 T はいくらか．$\boxed{\text{シ}}$　④ $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(b)　観測者が観測する最高音の周波数は $\boxed{\text{ス：④ } \dfrac{V}{V-a\omega}f}$，最低音の周波数は $\boxed{\text{セ：③ } \dfrac{V}{V+a\omega}f}$ である．ただし，台車の単振動の角振動数を ω とする．

(c)　最高音と最低音の周波数の差を Δf として，台車の単振動の振幅 a を m，k，V，f，Δf を用いて表しなさい．ただし，Δf は f に比べて十分に小さいとし，計算では次の近似式を使いなさい．x が 1 に比べて十分に小さいとき，$(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$．　$\boxed{\text{ソ}}$　② $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}V\dfrac{\Delta f}{f}$

問 2　x 軸上の $x=10$ cm に波源 A があり，$x=-10$ cm に波源 B がある．波源 A から波源 B に向かって，波源 B からは波源 A に向かって波長 2 cm，振幅 1 cm，周期 4 s の等しい進行波を，図 4 のように同位相で発生させるものとする．波の発生を開始した時刻を $t=0$ s とする．

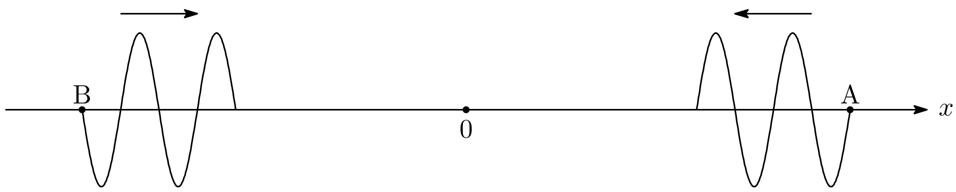

図 4

(a)　波の進む速さは $\boxed{\text{タ：① 0.5}}$ cm/s である．

(b)　$t=20$ s と $t=25$ s での波の変位は，次の x 軸上の 3 地点でいくらになるか．

(i)　$t=20$ s のとき，$x=0$ cm で $\boxed{\text{チ：⑤ 0}}$ cm，$x=1$ cm で $\boxed{\text{ツ：⑤ 0}}$ cm，$x=5$ cm で $\boxed{\text{テ：⑤ 0}}$ cm である．

(ii)　$t=25$ s のとき，$x=0$ cm で $\boxed{\text{ト：⑨ 2}}$ cm，$x=1$ cm で $\boxed{\text{ナ：① −2}}$ cm，$x=5$ cm で $\boxed{\text{ニ：③ −1}}$ cm である．

解説

(1) 2 天体の公転運動を厳密に扱った問題．お互いの重心の周りを公転しているということから，2 天体間の距離 R，全質量 m_1，m_2 と公転周期 T の間にもケプラーの第 3 法則が適用出来ることが導かれる．地球からの距離が近い 2 重星の質量などは，この関係を利用して求めることもある．また，後半の L 点 は，2 天体の周囲にある万有引力と遠心力がつりあう平衡点 (ラグランジュポイントと呼ばれる．) の一つ ($\mathrm{L_1}$)．地球ー月間のラグランジュポイントや，太陽ー地球間におけるラグランジュポイントは，観測衛星や，宇宙基地，スペースコロニーを配置する場所として最適な場所であり，実際小惑星などが束縛されていたりする．

(2) **問 1**　音のドップラー効果の体裁を取っているが，前半の 2 重星の問題で，両天体から出る光のドップラー効果から，天体間距離 R (この問題では，a) を導かせる問題.

(c) の近似が難しいが，最高周波数 $f_{\mathrm{H}} = \dfrac{V}{V - a\omega} f$，最低周波数 $f_{\mathrm{L}} = \dfrac{V}{V + a\omega} f$ の差が，$\Delta f = f_{\mathrm{H}} - f_{\mathrm{L}} = \dfrac{2a\omega V}{V^2 - (a\omega)^2} f$ となるので，まず，$\dfrac{\Delta f}{f} = \dfrac{2\frac{a\omega}{V}}{1 - \left(\frac{a\omega}{V}\right)^2}$ と変形する.

$r = \dfrac{\Delta f}{f}$，$v = \dfrac{a\omega}{V}$ などと置き換え，v の 2 次方程式として整理すると，$rv^2 + 2v - r = 0$ となる.

$v > 0$ であることを考慮して解の公式を用いると，$v = \dfrac{\sqrt{1 + r^2} - 1}{r}$ が得られる．ここで，$r \ll 1$ であることを用いて，与えられた近似式を用いると，$\sqrt{1 + r^2} \fallingdotseq 1 + \dfrac{1}{2} r^2$ となるので，$v \fallingdotseq \dfrac{r}{2}$ が得られる.

もとの文字に戻してやると，$\dfrac{a\omega}{V} \fallingdotseq \dfrac{\Delta f}{2f}$ なので，$a \fallingdotseq \dfrac{V}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}\dfrac{\Delta f}{f}$ が得られる．こういう計算は**特徴的な物理量での無次元化**の概念がわかっていれば楽なのだが，慣れが必要.

問 2　波の干渉の問題．前半の天体の問題とはあまり関係がない．指定の時刻に波先がどこにあるかがわかっていれば，$t = 20$ s では干渉領域が無く．$t = 25$ s では，$-\dfrac{5}{4}\lambda \leqq x \leqq \dfrac{5}{4}\lambda$ までが干渉領域であるとわかる.

2　次の問いに対して，最も適切なものを選択肢の中から一つ選びなさい．

(1)　図 1 のように距離 L だけ離れた陰極と陽極の間に強さ E の一様な電界が y 軸の負の方向に形成されている．陰極から初速度 0 で放出された電子 (質量 m，電気素量 e) は電界で加速され，スリットを通過した後，磁束密度 B の一様な磁界に入射した．なお，図中の破線矢印は，電界中およびスリット通過直後の電子の進行方向を表している．

問 1　磁界の向きが，図 1 に示すように x 軸の正の方向のとき，次の問いに答えなさい．

(a)　電子が陰極を出てから陽極に到達するまでの時間はいくらか．$\boxed{\text{ア}}$　⑤ $\sqrt{\dfrac{2mL}{eE}}$

(b)　磁界領域に入射したときの電子の速さはいくらか．$\boxed{\text{イ}}$　⊕ $\sqrt{\dfrac{2eEL}{m}}$

(c)　電子が磁界から受ける力の大きさはいくらか．$\boxed{\text{ウ}}$　⑦ $eB\sqrt{\dfrac{2eEL}{m}}$

(d)　磁界領域で電子が描く円軌道の半径 r はいくらか．$\boxed{\text{エ}}$　⑥ $\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mEL}{e}}$

(e)　円軌道の半径 r を用いて比電荷を表しなさい．$\boxed{\text{オ}}$　⑥ $\dfrac{2EL}{B^2r^2}$

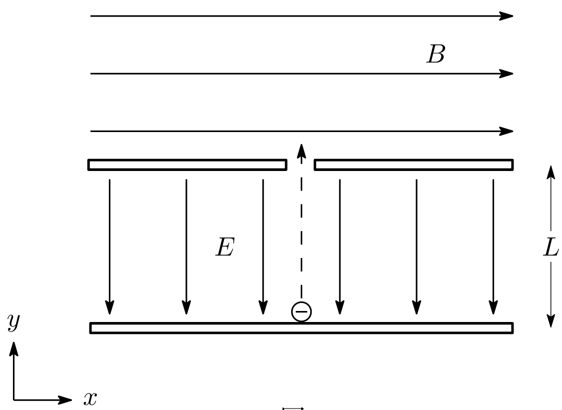

図 1

(f)　電子が円軌道を一周するのに要する時間 T はいくらか．$\boxed{\text{カ}}$　② $\dfrac{2\pi m}{eB}$

(g)　電界の強さと磁束密度をどちらもはじめの値の 2 倍に強めたとする．

(i)　円軌道の半径は r の何倍になるか．$\boxed{\text{キ}}$　④ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(ii)　電子が円軌道を一周するのに要する時間は T の何倍になるか．$\boxed{\text{ク}}$　⑤ $\dfrac{1}{2}$

問 2　磁界の向きが図 2 に示すように，x 軸から y 軸へ向けて θ の方向のとき，磁界方向から電子を見ると，電子は等速円運動をしていた．その円運動の半径を r'，周期を T' として次の問いに答えなさい．

(a)　r' はいくらか．$\boxed{\text{ケ}}$　⑥ $\dfrac{\cos\theta}{B}\sqrt{\dfrac{2mEL}{e}}$

(b)　T' は T の何倍になるか．$\boxed{\text{コ}}$　② 1

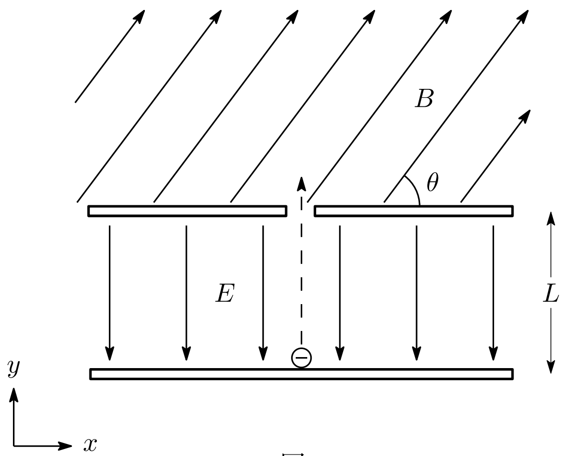

図 2

(2)　図 3 のように奥行と高さが同じで横幅の違う直方体が n 個接着してある．側面の面積は S で，j 番目の直方体の中心の x 座標を x_j，横幅を ℓ_j，密度を ρ_j とする．重力加速度を g とすると，j 番目の直方体の体積 V_j は $\boxed{\text{サ：① } S\ell_j}$，質量 m_j は $\boxed{\text{シ：⑤ } S\ell_j\rho_j}$，重さは $\boxed{\text{ス：⑨ } S\ell_j\rho_j g}$ である．

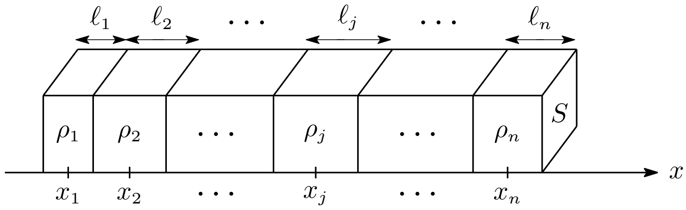

図 3

n 個全体の質量を M，全体の重心の x 座標を x_{c} とすると，M は，$M = \sum_{j=1}^{n} m_j = \boxed{\text{セ：③ } \sum_{j=1}^{n} S\ell_j\rho_j}$ である．直方体全体を図 4 のように $x = x_{\mathrm{c}}$ で支えるとき，x_{c} のまわりの重力による力のモーメントの和は，$\boxed{\text{ソ：⑧ } \sum_{j=1}^{n} (x_{\mathrm{c}} - x_j) m_j g}$ で，これが 0 なので，$x_{\mathrm{c}} M = \boxed{\text{タ：⑤ } \sum_{j=1}^{n} x_j m_j}$ となる．M に対する j 番目の直方体の質量 m_j の割合 $f_j = \dfrac{m_j}{M} = \boxed{\text{チ：⊕ } \dfrac{\ell_j\rho_j}{\sum_{j=1}^{n} \ell_j\rho_j}}$ を使うと，x_{c} は，$x_{\mathrm{c}} = \boxed{\text{ツ：④ } \sum_{j=1}^{n} x_j f_j}$ と書ける．

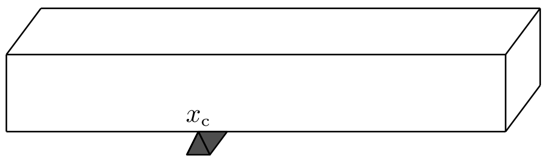

図 4

解説

(1) **問1** (a) 電子の加速度は，運動方程式 $ma = eE$ から，$a = \dfrac{eE}{m}$ と求まる．よって，$L = \dfrac{1}{2}a{t_0}^2$ より，t_0 が求まる．

(b) $v_0 = at_0$ に (a) を代入．

(c) ev_0B に (b) を代入．

(d) $m\dfrac{{v_0}^2}{r} = ev_0B$ より，r について解けばよい．

(e) (d) を $\dfrac{e}{m}$ について解けばよい．

(f) $T = \dfrac{2\pi r}{v_0}$ を (d) の式を使って整理すればよい．

(g) (d) の式を見れば良い．

(h) (f) の式を見れば良い．

問2 (a) 円運動の速さは $v_0 \cos$ なので，$r' = v_0 \cos\theta \dfrac{m}{eB}$ に v_0 を代入．

(b) **問1**(f) から 周期は速度によらないことがわかる．

(2) 2物体の重心の概念を最低限知っている必要がある．式は複雑に見えるが，誘導にのれれば易しい．次元で答えも絞れる．

講評：

大問1は，万有引力，ドップラー効果，波の重ね合わせ．大問2は，電場，磁場中の荷電粒子の運動，重心．の実質5問．万有引力は，取っつきにくく計算が繁雑なのでうまくやらないと時間がかかる．次元などで選択肢を絞って計算するなど工夫すれば完答できる．ドップラー効果の問題では，最後の近似が2次方程式の解の公式から近似する必要があり，文字が多く計算でつまづきやすい．ただし，次元で選択肢を2つに絞れるので，時間をかけて計算するよりもどちらかを選んで飛ばした方が良いかもしれない．波の重ね合わせは波の先頭がどこにあるかがわかっていれば易しい．

磁場中の荷電粒子の運動も標準的．磁場が斜めのとき，らせん運動になることがわかっていれば完答できる．重心の問題は，$\sum$ で式を表さなければならないので，慣れていない受験生が多いだろうが，ほとんどの問題は次元を考えると選択肢は1つに絞れる．

全体の印象としては，難度の高い問題も混ざっているが平年並み．あまり出来なかったと感じた受験生は少なかっただろう．