近畿大学医学部 2017年度（後期）入学試験 解答速報 物理

2017年3月8日 実施

I

(1) $\sqrt{\dfrac{m}{k}\left\{v^2+2gh\left(1+\dfrac{\mu}{\tan\theta}\right)\right\}}$ [m]

(2) $e^n\sqrt{2gh}$ [m/s]

(3) $e^{2n}h$ [m]

(4) $\dfrac{1+e}{1-e}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ [s]

(5) $e=\dfrac{l\sqrt{g}-v\sqrt{2h}}{l\sqrt{g}+v\sqrt{2h}}$

(6) $mgh+\dfrac{\mu mgh}{\tan\theta}$ [J]

解説

(1) ボールが斜面 AB から受ける摩擦力の大きさは $\mu mg\cos\theta$ [N]，AB の長さは $\dfrac{h}{\sin\theta}$ [m] である．
はじめのバネの縮みを x [m] とすると，エネルギーと仕事の関係から
$\dfrac{1}{2}mv^2+mgh-\dfrac{1}{2}kx^2=-\mu mg\cos\theta\times\dfrac{h}{\sin\theta}$ が成り立つ．

(2) 1 回目の衝突直前のボールの鉛直方向の速さは $v_0=\sqrt{2gh}$ [m/s] である．n 回目の衝突直後の鉛直方向の速さを v_n [m/s] とすると $v_n=e^nv_0=e^n\sqrt{2gh}$ [m/s]

(3) n 回目の衝突後の最高点の高さを h_n [m] とすると，エネルギー保存の法則から $\dfrac{1}{2}m{v_n}^2=mgh_n$ が成り立つ．$\therefore\ h_n=\dfrac{{v_n}^2}{2g}=e^{2n}h$ [m]

(4) 1 回目の衝突までには $t_0=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ [s] を要する．また，n 回目の衝突から $n+1$ 回目の衝突までに要する時間を t_n [s] とすると，$v_nt_n-\dfrac{1}{2}g{t_n}^2=0$ から $t_n=\dfrac{2v_n}{g}=2e^n\sqrt{\dfrac{2g}{h}}=2e^nt_0$ [s] とわかる．求める時間を T [s] とすると，
$T=t_0+\left(2et_0+2e^2t_0+\cdots+2e^nt_0+\cdots\right)=t_0+\dfrac{2e}{1-e}t_0=\dfrac{1+e}{1-e}t_0=\dfrac{1+e}{1-e}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ [s]

(5) $vT=l$ から $v\cdot\dfrac{1+e}{1-e}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}=l$．これを e について解く．

(6) 失われたエネルギーを $\mathit{\Delta}E$ [J] とすると $\mathit{\Delta}E=\dfrac{1}{2}kx^2-\dfrac{1}{2}mv^2=mgh+\dfrac{\mu mgh}{\tan\theta}$ [J]

II $a,\ b > 0$ であるとし，$\mathrm{A}\,(a,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}\,(0,\ b,\ 0)$，$\mathrm{C}\,(0,\ 0,\ a)$ とする．

(1) $-\dfrac{W}{q}$ [V]

(2) W [J]

(3) $\dfrac{W\sqrt{a^2+b^2}}{qab}$ [V/m]

(4) $\dfrac{W^2(a^2+b^2)}{2m(ab)^2}t^2$ [J]

(5) $0 \leqq x \leqq \dfrac{2mv}{qB}$ [m]

(6) $B = \dfrac{\pi}{qab}\sqrt{2mW(a^2+b^2)} \times n$ [Wb/m^2]

$\boxed{\text{解説}}$

問題文より $V_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{C}}$，$V_{\mathrm{O}} = V_{\mathrm{A}}$，$W = q(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{O}})$

(1) $V_{\mathrm{O}} - V_{\mathrm{C}} = V_{\mathrm{O}} - V_{\mathrm{B}} = -\dfrac{W}{q}$ [V]

(2) $W' = q(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}}) = q(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{O}}) = W$ [J]

(3) $\mathrm{OE} = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ であるので，

$$E = \frac{W/q}{\mathrm{OE}} = \frac{W\sqrt{a^2+b^2}}{qab}\ [\mathrm{V/m}]$$

(4) 運動方程式より，点電荷の加速度の大きさ $\alpha = \dfrac{qE}{m} = \dfrac{W\sqrt{a^2+b^2}}{mab}$ [m/s^2]

$$\frac{1}{2}m(\alpha t)^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{W\sqrt{a^2+b^2}}{mab}t\right)^2 = \frac{W^2(a^2+b^2)}{2m(ab)^2}t^2\ [\mathrm{J}]$$

(5) 磁場に対して垂直な平面へ正射影した運動は，半径 $r = \dfrac{mv}{qB}$ [m] の等速円運動となる．負電荷であるので，$x < 0$ の領域に点電荷は入らない．以上より，$0 \leqq x \leqq \dfrac{2mv}{qB}$ [m]

(6) 点 E を含み磁場に垂直な平面に達するまでの時間 t' が，サイクロトロン周期 $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$ の n 倍となればよい．

$\mathrm{OE} = \dfrac{1}{2}\alpha t'^2$ より，$t' = \sqrt{\dfrac{2m(ab)^2}{W(a^2+b^2)}}$ [s]

$t' = nT$ より，$B = \dfrac{\pi}{qab}\sqrt{2mW(a^2+b^2)} \times n$ [Wb/m^2]

Ⅲ

(1) 観測される振動数 $f' = \dfrac{V}{V + \frac{dv}{r}\sin\theta} f$

(2) 音源の振動数 $f = \dfrac{2f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ 　　　音源の速さ $v = \dfrac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} V$

(3) $\dfrac{d}{r} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(4) 観測される振動数 $f'' = \dfrac{V}{V + v\sin\left(\frac{v(t-t_0)}{r}\right)} f = \dfrac{V}{V + v\sin\left(\frac{v(t-t_0)}{r}\right)} \cdot \dfrac{2f_1 f_2}{f_1 + f_2}$

$\boxed{\text{解説}}$

(1) P での音源の速度と直線 PQ のなす角を ϕ とおくと，$\angle\mathrm{OPQ} = \phi + 90^\circ$ だから，三角形 OPQ に関して正弦定理を用いると，$\dfrac{d}{\sin(\phi + 90^\circ)} = \dfrac{r}{\sin\theta}$．したがって，$\cos\phi = \dfrac{d}{r}\sin\theta$.
よって，求める振動数は，$f' = \dfrac{V}{V + v\cos\phi} f = \dfrac{V}{V + \frac{dv}{r}\sin\theta} f$

(2) $f_1 = \dfrac{V}{V - v} f$，$f_2 = \dfrac{V}{V + v} f$ が成り立つので，2 式を f，V についての連立方程式として解く．

(3) 最大振動数を発した点と最小振動数を発した点をそれぞれ P_1，P_2 とおく．$\mathrm{P}_1\mathrm{Q} = \mathrm{P}_2\mathrm{Q}$ なので，音源が P_2 から P_1 まで移動する時間は回転周期の $\dfrac{7}{12}$ 倍に等しい．したがって，$\angle\mathrm{P}_2\mathrm{OP}_1 = 150^\circ$ となるので,
$\dfrac{r}{d} = \sin(\angle\mathrm{P}_2\mathrm{QO}) = \sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
従って，$\dfrac{d}{r} = \dfrac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(4) 音源の等速円運動の角速度は $\omega = \dfrac{v}{r}$．時刻 t における音源の速度の観測者方向成分の大きさは，$v\sin\omega t$．観測者が時刻 t に観測する音は音源から時刻 $t - t_0$ に出た音なので,
観測される振動数 f'' は，$f'' = \dfrac{V}{V + v\sin\left(\omega(t - t_0)\right)} f$ となる．

講評

大問Ⅰ： 力学的エネルギーと仕事の関係．平面との繰り返し衝突．
大問Ⅱ： 電場及び磁場中の荷電粒子の運動
大問Ⅲ： 斜めのドップラー効果

大問Ⅰ 内容は標準的だが，状況が複雑で前問の答えを用いた計算が多く，ミスをすると連鎖しやすい．他の大問の難度を考えると完答しておきたい．
大問Ⅱ 扱っている題材は標準的だが，電場や磁場の向きが座標軸と平行でないため，空間的な状況を把握するのが苦手な受験生は苦労しただろう．前半は正解しておきたい．
大問Ⅲ 題材は標準的だが，与えられた情報から答えを導くのは難しい．(2)，(3) は押さえておきたい．
前期に比べると，計算や状況把握の難しい問題が多くかなり難度が高い．ボーダーラインは，7 割弱．

医歯学部進学予備校 メビオ

〒540-0033 大阪市中央区石町2-3-12 ベルヴォァア天満橋

TEL 06-6946-0109 FAX 06-6941-9416

http://www.mebio.co.jp/