大阪医科大学 2018年度（前期）入学試験 解答速報 物理

2018年1月28日 実施

I

(1)　Q の AC 方向の加速度の大きさ：$\dfrac{3}{5}g$ [m/s^2]

(2)　P に加える右方向の力の大きさ：$\dfrac{3}{4}(m+M)g$ [N]

(3)　$a_1 = -\dfrac{2}{5}g$ [m/s^2]

(4)　① $-\dfrac{4}{5}m$，② $\dfrac{3}{5}m$，③ $\dfrac{3}{5}m$，④ $\dfrac{4}{5}m$，⑤ $\dfrac{5}{4}g$ [m/s^2]，⑥ $\dfrac{31}{20}mg$ [N]

(5)　$\dfrac{75}{8}L$ [m]

(6)　$\dfrac{5}{4}Mg + \dfrac{93}{100}mg$ [N]

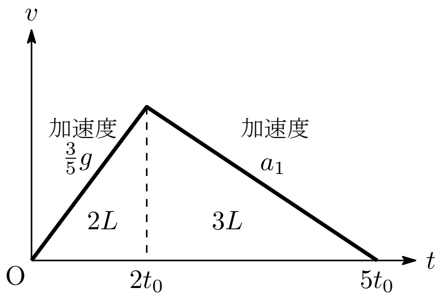
解説

以下，斜面 AC の水平からの角度を θ とする．（$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$，$\cos\theta = \dfrac{4}{5}$）

(1)　Q の AC 方向の加速度の大きさ：$g\sin\theta = \dfrac{3}{5}g$ [m/s^2]

(2)　台上で見て，慣性力と重力の合力が斜面に対して垂直になればよい．P の加速度の大きさ $a = g\tan\theta = \dfrac{3}{4}g$．P と Q を一体の物体とみた運動方程式より，P に加える右方向の力の大きさ：$\dfrac{3}{4}(m+M)g$ [N]

(3)　手を離した時刻を $t=0$ として，P に対する Q の速さ v は右図のように変化する．グラフの面積が変位に対応することから，$|a_1| = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}g$ であることがわかる．$a_1 < 0$ は明らかなので，
$a_1 = -\dfrac{2}{5}g$ [m/s^2]



(4)　Q について，台上で見た場合の

斜面に平行な成分の運動方程式　　$ma_1 = -\dfrac{4}{5}ma_0 + \dfrac{3}{5}mg$

斜面に垂直な成分の力のつりあい　$N = \dfrac{3}{5}ma_0 + \dfrac{4}{5}mg$

これらを解いて $a_0 = \dfrac{5}{4}g$ [m/s^2]，$N = \dfrac{31}{20}mg$ [N]

＜次頁につづく＞

(5)　(3) のグラフでおいた t_0 を求める．Q の運動に注目して

$$2L = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} g \left(2t_0\right)^2 \qquad \therefore\ t_0 = \sqrt{\frac{5L}{3g}}$$

以上より，P の変位の大きさは $\dfrac{1}{2} a_0 (3t_0)^2 = \dfrac{75}{8} L$ [m]

(6)　求める力の大きさを F とする．P についての運動方程式は，右向きを正として，

$$Ma_0 = F - N \sin\theta$$

$$F = Ma_0 + N\sin\theta = \frac{5}{4} Mg + \frac{93}{100} mg \text{ [N]}$$

<次頁につづく>

Ⅱ

(1)　$v = \sqrt{\dfrac{2qE}{m}}$ [m/s]

(2)　$F_x = 0$ [N]，$F_{yz} = qvB\sin\theta$ [N]

(3)　$I_{\min} = \dfrac{2mv\sin\theta}{\mu qNR}$ [A]

(4)　$X = \dfrac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$ [m]

(5)　$\dfrac{q}{m} = 8E\left(\dfrac{\pi\cos\theta}{\mu NIX}\right)^2$ [C/kg]

解説

(1)　エネルギー保存則より，$qE = \dfrac{1}{2}mv^2$．よって，$v = \sqrt{\dfrac{2qE}{m}}$ [m/s]

(2)　ローレンツ力が磁場および速度に垂直な方向をむいていることから，

$F_x = 0$ [N]，$F_{yz} = qvB\sin\theta$ [N].

(3)　荷電粒子は x 軸方向を軸とするらせん運動をする．らせん運動の半径を r とすると，コイルに衝突しないためには $2r < R$ を満たす必要がある．らせん運動を yz 平面に正射影した円運動の運動方程式は,

$$m\frac{(v\sin\theta)^2}{r} = qvB\sin\theta$$

となるので,

$$r = \frac{mv\sin\theta}{qB} = \frac{mv\sin\theta}{q\mu NI}$$

よって，$\dfrac{2mv\sin\theta}{q\mu NI} < R$ を I について解けば，$I > \dfrac{2mv\sin\theta}{\mu qNR}$ となる．

以上より，$I_{\min} = \dfrac{2mv\sin\theta}{\mu qNR}$ [A]

(4)　yz 平面に正射影した円運動の周期 T は，$T = \dfrac{2\pi r}{v\sin\theta} = 2\pi\dfrac{m}{qB}$

したがって，$X = v\cos\theta T = \dfrac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$ [m]

(5)　(1) と $B = \mu NI$ を (4) の式に代入すると,

$$X = 2\pi\frac{m\cos\theta}{q\mu NI}\sqrt{\frac{2qE}{m}}$$

これを，$\dfrac{q}{m}$ について解けば,

$$\frac{q}{m} = 8E\left(\frac{\pi\cos\theta}{\mu NIX}\right)^2 \text{ [C/kg]}$$

＜次頁につづく＞

Ⅲ

(1)　① 7　　② 6

(2)　③ 3.6×10^8　　④ 4.3×10^{15}　　⑤ 8.6×10^{15}　　⑥ 3.1×10^7

　　⑦ $\dfrac{1}{15}$　　⑧ 1.7×10^2　　⑨ 0.90　　⑩ $\dfrac{15}{8}$

解説

(1)　①　質量数が変化するのは α 崩壊のみであることから，

$$(238 - 210)/4 = 7 \text{ [回]}$$

②　α 崩壊では原子番号が 2 減少，β 崩壊では原子番号が 1 増加することから，

$$7 \times 2 + 84 - 92 = 6 \text{ [回]}$$

(2)　1 秒間に崩壊する原子の個数が 1 個であるときの放射能の強さを 1 ベクレルという．

③　$0.72X = 0.72 \times (5.0 \times 10^8) = 3.6 \times 10^8$ [ベクレル]

④　$t = 0$ の ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ の個数を N_0 とすると，$\dfrac{1}{2}N_0 = 0.72XT = 3.6\times10^8\times1.2\times10^7 = 4.32\times10^{15}$ $\fallingdotseq 4.3 \times 10^{15}$ [個]

⑤　④より，$N_0 = 4.32 \times 10^{15} \times 2 \fallingdotseq 8.6 \times 10^{15}$ [個]

⑥　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 X = \dfrac{5.0 \times 10^8}{16} \fallingdotseq 3.1 \times 10^7$ [ベクレル]

⑦　$\dfrac{15}{16}N_0$ 個の ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ が α 崩壊して鉛に変わり，$\dfrac{1}{16}N_0$ 個の ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ が残っているので，${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ と鉛の同位体の原子数比は，$\dfrac{1}{15}$

⑧　崩壊で発生する α 線のエネルギーが $5.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ [J] であることから，崩壊で発生した α 線が容器の壁に与えたエネルギーは，$Q = 4.32 \times 10^{15} \times (5.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})$ [J] となる．よって，比熱の定義式より，壁の上昇温度は $\Delta T = \dfrac{Q}{mc} = \dfrac{4.32 \times 10^{15} \times 5.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}}{2.5 \times 10^{-2} \times 8.6 \times 10^2} \fallingdotseq 1.7 \times 10^2$ [°C]

⑨　アボガドロ数を N_A とすると，$t = T$ におけるヘリウム原子のモル数は $n = \dfrac{N_0/2}{N_A} = \dfrac{4.32 \times 10^{15}}{6.0 \times 10^{23}} = 7.2\times10^{-9}$ [mol]．よって，状態方程式より，$P_0 = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{7.2 \times 10^{-9} \times 8.3 \times 300}{2.0 \times 10^{-5}}$ $\fallingdotseq 0.90$ [Pa]

⑩　$t = 4T$ におけるヘリウム原子のモル数は $n' = \dfrac{\frac{15}{16}N_0}{N_A}$ であるから，このときの圧力は $P = \dfrac{n'}{n}P_0 = \dfrac{15}{8}P_0$

＜次頁につづく＞

Ⅳ

(1) 89 軒　(2) $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$ [m/s]　(3) 1.6×10^4 [Pa]

(4) ①〔$\mathrm{ML^2T^{-2}}$〕 ②〔$\mathrm{MT^{-1}}$〕 ③〔$\mathrm{ML^2T^{-3}}$〕
④〔$\mathrm{ML^2T^{-2}}$〕 ⑤〔$\mathrm{T^2}$〕

(5) 306 [K]

解説

(1)　送電線の全抵抗を R，1 軒の家のみが電気を使用している時の送電電流を I とするとこのときの電力損失は RI^2 となる．したがって，1 軒あたりの消費電力を P とすると，4 軒が同時に使用したときについて，

$$\frac{R(4I)^2}{4P+R(4I)^2}=\frac{0.5}{100}$$

がなりたつ．したがって，$P=796RI^2$ であることがわかる．次に，n 軒が同時に使用したとして，

$$\frac{R(nI)^2}{nP+R(nI)^2}>\frac{10}{100}$$

であれば良いので，$n>\dfrac{796}{9}=88.4\cdots$．よって，89 軒のとき 10% を超える．

(2) 求める速さを v [m/s]，衛星の質量を m [kg] とすると，衛星の運動方程式は，

$$m\frac{v^2}{R}=\frac{GMm}{R^2}$$

となるので，$v=\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$ [m/s]

(3) $P=\rho hg=1.4\times10^4\times120\times10^{-3}\times9.8\fallingdotseq1.6\times10^4$ [Pa]

(4) ① 仕事やエネルギーの次元と同じなので，運動エネルギーの式を使って，

$$E=\frac{1}{2}mv^2,\ 〔\mathrm{ML^2T^{-2}}〕.$$

② ローレンツ力の式 qvB の次元は力の次元〔$\mathrm{MLT^{-2}}$〕で，これを速度の次元〔$\mathrm{LT^{-1}}$〕で割って，〔MT^{-1}〕

③ 消費電力なので，仕事率と同じ次元〔$\mathrm{ML^2T^{-3}}$〕

④ 状態方程式から①と同じ．〔$\mathrm{ML^2T^{-2}}$〕．

⑤ 電気振動の周期が $2\pi\sqrt{LC}$ と表されるので，〔$\mathrm{T^2}$〕

(5) 断面積を S，大気圧を P_0，大気の絶対温度を T_0，重りの質量を M，重力加速度を g とし，円筒の高さを L [m]，求める絶対温度を T [K] とすると，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_0SL}{T}=\frac{(P_0S+Mg)L}{T'}$$

が成り立つので，

$$T'=\left(1+\frac{Mg}{P_0S}\right)T=306\ [\mathrm{K}]$$

＜次頁につづく＞

講評

Ⅰ［力学：等加速度運動］（やや難）前半は標準的だが，(5)，(6) の計算は慎重に行う必要がある．

Ⅱ［電磁気］（標準）教科書通りの基本問題．確実にとりたい．(5) で比電荷 (q/m) を求めさせているので，$q > 0$ であることを仮定しているものと思われる．

Ⅲ［原子］（やや難）半減期と放射能の問題．後半は熱力学．単位 Bq について正しく知っていなければ半分ほどしか手がつかないだろう．

Ⅳ［小問集合］（標準）例年通り電力輸送が出題．小問によって難易度もかかる時間もまちまちで，上手くペース配分したい．(注：次元の例として与えられている $qC =$〔$\mathrm{ML^2T^{-2}}$〕の左辺はエネルギーの次元をもたないが右辺はエネルギーの次元なので誤りだと思われる．)

昨年より難化．2 番と 4 番を完答して，1 番と 3 番はとれるだけとっておきたい．目標は 60%