大阪医科大学 2016年度（後期）入学試験 解答速報 物理

2016年3月10日 実施

I

(1) $\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)a$ [m]

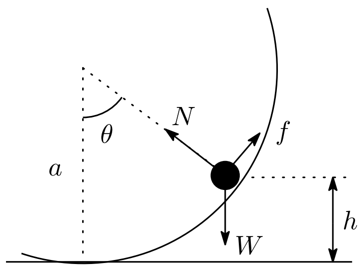
(2) 管楽器：(c) 低くなる，弦楽器：(a) 高くなる

(3) ①：D. 10^{-10} m，②：E. 10^{-14} m，③：C. 10^{-7} m，④：A. 1 m

(4) ①：222，②：8.6×10^{-2}

解説

(1) 図の角度を θ とすると，$\cos\theta=\dfrac{a-h}{a}$，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{a^2-(a-h)^2}}{a}$．
力のつり合いより，$N=W\cos\theta$，$f=W\sin\theta$．この角度まで登り得るとすると，$f=\mu N \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a^2-(a-h)^2}}{a}=\mu\dfrac{a-h}{a}$．これを解いて，$\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)a$ [m]



(2) 管楽器の管の長さと弦楽器の弦の長さの変化は無視できるので，どちらも波長はほぼ変わらない．管楽器の場合，音速は気温が低くなると遅くなる．弦楽器の場合，弦を伝わる横波の速さは張力の増加により速くなる．したがって，波の基本式より，管楽器：(c) 低くなる，弦楽器：(a) 高くなる

(3) ①：D. 10^{-10} m，②：E. 10^{-14} m，③：C. 10^{-7} m，④：A. 1 m

(4) ① 質量数 4 のアルファ線を放出するので，$226-4=222$.
② ラドンとアルファ線の速さをそれぞれ V，v，ラドンとアルファ線の崩壊後の質量をそれぞれ M，m とする．運動量保存則より，$0=mv-MV \qquad \therefore V=\dfrac{m}{M}v$.
したがって，ラドンの運動エネルギーは $\dfrac{1}{2}MV^2=\dfrac{m}{M}\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{4}{222}\times4.8 \fallingdotseq 8.6\times10^{-2}$ [MeV]

①：222，②：8.6×10^{-2}

II

(1) 最高点に達したときは小物体と台の速度は等しい．

運動量保存則により $mv_0 = mv_1 + Mv_1$ が成り立つから $v_1 = v_2 = \dfrac{m}{m+M}v_0$ [m/s]

(2) 運動量保存則：$mv_0 = mv_3 + Mv_4$，力学的エネルギー保存則：$\dfrac{1}{2}m{v_0}^2 = \dfrac{1}{2}m{v_3}^2 + \dfrac{1}{2}M{v_4}^2$ が成り立つ．

$(v_3,\ v_4) \fallingdotseq (v_0,\ 0)$ に注意して $v_3 = \dfrac{m-M}{m+M}v_0$ [m/s]，$v_4 = \dfrac{2m}{m+M}v_0$ [m/s]

(3) 小物体と台の速度は等しいから (1) と同じ答となる．$v_5 = \dfrac{m}{m+M}v_0$ [m/s]

(4) $W = \dfrac{1}{2}m{v_0}^2 - \dfrac{1}{2}(m+M)\left(\dfrac{m}{m+M}v_0\right)^2 = \dfrac{mM}{2(m+M)}{v_0}^2$ [J]

(5) 小物体と台の加速度をそれぞれ α, β とおくと，小物体，台の運動方程式はそれぞれ

$$\begin{aligned} \text{小物体} &: m\alpha = \mu mg \\ \text{台} &: M\beta = -\mu mg \end{aligned}$$

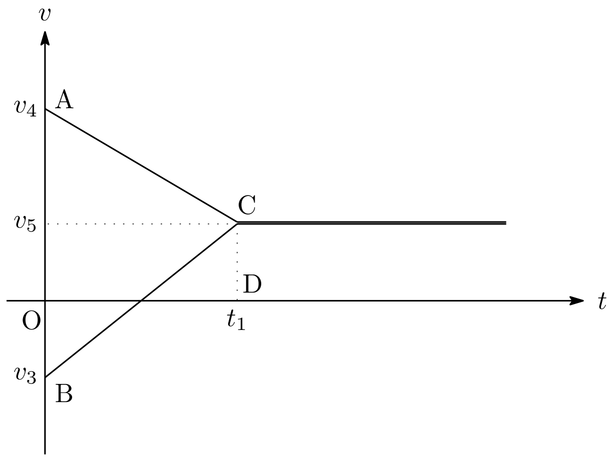
となるから $\alpha = \mu g$, $\beta = -\dfrac{\mu mg}{M}$ であり，小物体，台の速度を v, V とおくと $v = v_3 + \mu gt$, $V = v_4 - \dfrac{\mu mg}{M}t$ と表せ，$v-t$ グラフは下図のようになる（小物体が点 B を通過した時を $t=0$ とした）．

ここで，小物体が点 P に達したときの時刻を t_1 [s] とすると $v = V$ すなわち $v_3 + \mu gt_1 = v_4 - \dfrac{\mu mg}{M}t_1$ を解いて $t_1 = \dfrac{Mv_0}{\mu g(m+M)}$ [s] と分かる．

BP の距離は図の △ABC の面積に等しいから $\dfrac{1}{2}(v_4 - v_3)t_1 = \dfrac{M{v_0}^2}{2\mu g(m+M)}$ [m]

(6) 台の移動距離から (5) の答えを引けば良い．台の移動距離は図の台形 AODC の面積に等しいから

$\dfrac{1}{2}(v_4 + v_5)t_1 - \dfrac{M{v_0}^2}{2\mu g(m+M)} = \dfrac{(2m-M)M{v_0}^2}{2\mu(m+M)^2 g}$ [m]



III

(1)　コンデンサー A のリアクタンスは $X_{C_{\mathrm{A}}} = \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{A}}}$ なので，$I_{\mathrm{A}} = \dfrac{E}{X_{C_{\mathrm{A}}}} = \omega C_{\mathrm{A}} E$ [A].

抵抗，コンデンサー B，コイルの合成インピーダンスは $Z_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2}$ なので，

$$I_{\mathrm{B}} = \frac{E}{Z_0} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2}} \text{ [A]}$$

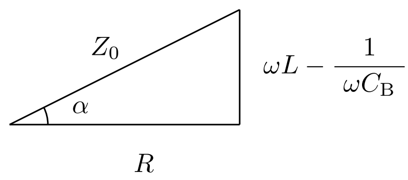
(2)　コンデンサーを流れる電流の位相は，電源の電圧の位相に対して $\dfrac{\pi}{2}$ 進む.

(3)　コンデンサー A を流れる電流の瞬間値は $I_{\mathrm{A0}} = \sqrt{2}\omega C_{\mathrm{A}} E \cos\omega t$.

コンデンサー B を流れる電流の瞬間値は $I_{\mathrm{B0}} = \dfrac{\sqrt{2}E}{Z_0}\sin(\omega t - \alpha)$.（ただし, $\tan\alpha = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}}{R}$.）

回路全体を流れる電流の瞬間値は,

$$\begin{aligned} I_0 &= I_{\mathrm{A0}} + I_{\mathrm{B0}} \\ &= \sqrt{2}E\left\{\frac{1}{X_{C_{\mathrm{A}}}}\cos\omega t + \frac{1}{Z_0}(\sin\omega t\cos\alpha - \cos\omega t\sin\alpha)\right\} \\ &= \sqrt{2}E\left\{\frac{\cos\alpha}{Z_0}\sin\omega t + \left(\omega C_{\mathrm{A}} - \frac{\sin\alpha}{Z_0}\right)\cos\omega t\right\} \end{aligned}$$



図

V と I_0 の位相が等しければよいので，$\omega C_{\mathrm{A}} - \dfrac{\sin\alpha}{Z_0} = 0$

$$\to C_{\mathrm{A}} = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}}{\omega\left\{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2\right\}} \text{ [F].}$$

(4)　(3) より $I_0 = \dfrac{\sqrt{2}E\cos\alpha}{Z_0}\sin\omega t$ なので, $I_{\mathrm{E}} = \dfrac{RE}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2}$ [A]

(5)　$E = I_{\mathrm{E}} Z_{\mathrm{E}} \to Z_{\mathrm{E}} = \dfrac{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2}{R}$ [Ω]

(6)　$\overline{P_{\mathrm{E}}} = R{I_{\mathrm{B}}}^2 = \dfrac{RE^2}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_{\mathrm{B}}}\right)^2}$ [W]

※図のような関係を用いて，計算を簡略化したい.

IV ① $\dfrac{Sl}{R}$　② $\dfrac{1}{4}$　③ $3S$　④ 4　⑤ $\dfrac{5}{2}R$　⑥ $\dfrac{4}{\beta}$

⑦ 1000β　⑧ $\dfrac{5}{2}\alpha$　⑨ $-\dfrac{2}{7}$　⑩ α　⑪ $\dfrac{7}{6}$

$\boxed{\text{解説}}$

操作0　気体の状態方程式より $N = \dfrac{P_0V_0}{RT_0} = \dfrac{Sl}{R} \times \dfrac{P_0}{T_0}$ [mol].

等温的に圧力が 4 倍になったので，気体の体積は $\dfrac{1}{4}$ 倍となる．$V_1 = \dfrac{1}{4} \times Sl$ [m^3].

大気圧を考慮して $F = (4P_0 - P_0)S = 3S \times P_0$ [N].

操作1　定積的に温度が α 倍になったので，圧力も α 倍となる．$P_2 = 4 \times \alpha P_0$ [Pa].

$\varDelta U = \dfrac{5}{2}NR\varDelta T = \dfrac{5}{2}R \times (\alpha - 1)NT_0$ [J].

操作2　等温的に体積が β 倍になったので，圧力は $\dfrac{1}{\beta}$ 倍となる．$P_3 = \dfrac{1}{\beta}P_2 = \dfrac{4}{\beta} \times \alpha P_0$ [Pa].

操作3　海上まで浮上するためには $1000V_1g < mg < 1000\beta V_1 g$　$\therefore\ 1000V_1 < m < 1000\beta \times V_1$.

断熱変化なのでポアソンの公式が成立し，$\dfrac{4\alpha}{\beta}P_0\left(\beta V_1\right)^{\frac{7}{5}} = 4P_0V_4{}^{\frac{7}{5}}$　$\therefore\ \dfrac{V_4}{V_1} = \beta\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{5}{7}}$.

状態方程式より $T_4 = \beta\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{5}{7}} T_0$ [K].

熱力学の第一法則より $W_{\rm A} = -\varDelta U_{\rm A} = -\dfrac{5}{2}NR(T_4 - T_3) = \dfrac{5}{2}\alpha \times NRT_0 \times \left\{1 - \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{2}{7}}\right\}$ [J].

操作4　定圧変化なので $W_B = 4P_0\varDelta V_{\rm B} = NR(T_0 - T_4) = NRT_0 \times \left\{1 - \alpha \times \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{2}{7}}\right\}$ [J].

$\alpha = 2$ として $W_{\rm A} + W_{\rm B} = NRT_0\left\{6 - 7\left(\dfrac{2}{\beta}\right)^{-\frac{2}{7}}\right\}$. これが正であればよいので，$\beta < \dfrac{7}{6}$.

講評 I 小問集合：(1) 摩擦角 (2) 気体と弦を伝わる波の速さ (3) 粒子や波長の大きさ (4)α 崩壊 の 4 題．いずれも基本的な問題．

II 力学．保存則を使う標準的な問題．

III RLC 交流回路．計算が繁雑で難しい．誘導が無いのでどこから手をつけて良いのかわからない受験生も多かったただろう．

IV 気体の状態変化．問題文が読みにくく何を聞かれているのかを読み違え易い．状況を上手く整理して進まないと最後まで到達するのは難しい．

例年よりもやや難しい．**III**，**IV** は計算に時間がかかるので，時間を使い切ってしまった受験生も多かっただろう．6 割 5 分もとれれば十分だろう．