

[I]

- (1) 運動量保存則: $Mv_0 = mv_A + Mv_B$, 反発係数: $e = -\frac{v_B - v_A}{v_0}$ より,

$$v_A = \frac{2M}{M+m}v_0 \text{ [m/s]}, \quad v_B = \frac{M-m}{M+m}v_0 \text{ [m/s]}.$$

- (2) $v_A > 0$ かつ, $v_B > 0$ より, $M > m$.

- (3) O を離れてから A がブロックの上面に到達する時間を t_0 とすると,

$$\text{水平方向: } L = v_A t_0$$

$$\text{鉛直方向: } -H = -\frac{1}{2}gt_0^2$$

が成り立つので, t_0 を消去して, v_A について解けば, $v_A = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$ [m/s].

- (4) (1), (3) より, $v_A = \frac{2M}{M+m}v_0 = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$ が成り立つので, v_0 について解けば,

$$v_0 = \frac{(M+m)L}{2M}\sqrt{\frac{g}{2H}} \text{ [m/s]}.$$

- (5) $v_y^2 = 2gH$ かつ $v_y < 0$ より, $v_y = -\sqrt{2gH}$ [m/s]

- (6) (a) $V_x = v_A = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$ [m/s], $V_y = -ev_y = e\sqrt{2gH}$ [m/s]

- (b) 鉛直方向に関して, $V_y T - \frac{1}{2}gT^2 = -H$ が成り立つので, $T > 0$ より,

$$T = (e + \sqrt{e^2 + 1})\sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ [s]}$$

- (c) $S = v_A T = (e + \sqrt{e^2 + 1})L$ [m]

- (d) (c) より, 求める条件は, $e + \sqrt{e^2 + 1} = 2$ よって, $e = \frac{3}{4}$

- (7) (a) $K = \frac{1}{2}mv_y^2 - \frac{1}{2}mV_y^2 = (1 - e^2)mgH$ [J]

- (b) (a) より, $K = 0$

[II]

- ① 振幅 A , 角振動数 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ の単振動なので, 求める最大値 V_{MAX} は,

$$V_{\text{MAX}} = A\omega = \boxed{\frac{2\pi}{T}A} \text{ [m/s]}$$

- ② $(A, 0)$ から $M(2A, 0)$ に音が届くのは, $t_2 = \boxed{\frac{A}{V}}$ 秒後.

- ③ $(A, 0)$ での P の速度は 0 なので, ドップラー効果は起きない. ゆえに $\boxed{1} \times f_0$

- ④ P が M に近づく速度は, O で最大値 V_{MAX} となるので, $f_{\text{MAX}} = \frac{V}{V - V_{\text{MAX}}} f_0 = \boxed{\frac{VT}{VT - 2\pi A}} \times f_0$

- ⑤ ④ より, $x = \boxed{0}$

- ⑥ $O(0, 0)$ から $M(2A, 0)$ に音が伝わる時間 t_1 は, $t_1 = \boxed{\frac{2A}{V}}$ 秒

- ⑦ $O(0, 0)$ から $(A, 0)$ に P が移動するのにかかる時間は, $\frac{T}{4}$ 秒だから, ②, ⑥ より 求める時間は,

$$t_2 - \left(\frac{T}{4} + t_1 \right) = \boxed{\frac{T}{4} - \frac{A}{V}} \text{ 秒}$$

- ⑧ $(-A, 0)$, $(0, 0)$, $(A, 0)$ の $\boxed{3}$ ケ所.

- ⑨ $v_P \cos \theta$

- ⑩ $\left(\frac{A}{2}, 0 \right)$ での速度 v_1 は, $v_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} V_{\text{MAX}}$ となり, この位置で $\cos \theta_1 = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ だから, 求める周波数 f_1 は,

$$f_1 = \frac{V}{V - v_1 \cos \theta_1} f_0 = \boxed{\frac{\sqrt{5}VT}{\sqrt{5}VT - \sqrt{3}\pi A}} \times f_0$$

[III]

- ① 経路 A - R₅ - D で考えて, $V_{AD} = Wz$ [V]
 ② 経路 A - C - D で考えて, $V_{AD} = (Q + S)y$ [V]
 ③ $V_{BD} = Rx$ [V]
 ④ ⑤, ⑥ も同時に書くことにする. 経路 A - B での電圧降下は, R₁ によるもの, L₁ の自己誘導によるもの, L₁L₂ 間の相互誘導によるものの和だから,

$$V_{AB} = Px + L \times \frac{\Delta x}{\Delta t} + M \times \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) (\because L_2 \text{ 側の電流は } x + y + z)$$

- ⑦ x, y, z の時間変動がないので, ④より, $V_{AB} = Px$ [V]
 ⑧ 題意より, $Px = Qy$
 ⑨ 題意より, $Rx = Sy$

⑩ ⑧, ⑨ を片々割って, S について解けば, $S = \frac{QR}{P}$ [Ω]

⑪ 題意より, $V_{AB} = V_{AC} = Qy$ [V]

⑫ ⑨ と同じなので, $y = \boxed{\frac{R}{S}}x$ [A]

⑬ ⑪, ⑫ より, $V_{AB} + V_{BD} = Qy + Rx = \left(\frac{QR}{S} + R \right)x$, A - R₅ - D 間の電圧は, ① と同じだから,

$$\left(\frac{QR}{S} + R \right)x = Wz \text{ を } z \text{ について解いて,}$$

$$z = \boxed{\frac{(Q+S)R}{SW}}x \text{ [A]}$$

- ⑭ 電流が変動していても G に電流が流れない条件は, ⑧, ⑨ が同時に成り立つ (すなわち $V_{BC} = 0$ である) ことに変わりはないので, $V_{AB} = Px$ が成り立てばよい. つまり, ⑤, ⑥ の時間変動の項の影響がなければよい.

⑫, ⑬ より, $\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\Delta z}{\Delta t} = \left(1 + \frac{R}{S} + \frac{(Q+S)R}{SW} \right) \frac{\Delta x}{\Delta t}$ だから,

$$L \times \frac{\Delta x}{\Delta t} + M \times \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) = (L + M \times \text{⑭}) \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0,$$

すなわち, $L + M \times \text{⑭} = 0$ が成立すればよい.

[解答者注] ⑩を用いれば, ⑬, ⑭の解は,

⑬ $\frac{P+R}{W}$, ⑭ $1 + \frac{R}{S} + \frac{P+R}{W}$ ともかける.

相互インダクタンス M を決める条件が, $\frac{P}{R} = \frac{Q}{S}$ かつ $L + M \left(1 + \frac{R}{S} + \frac{P+R}{W} \right) = 0$ の 2 式であるのに対し,

R, S, W の 3 つの可変量があるので, ⑭ には一意な表し方は存在しない.

ただ, 実際には 2 条件を満たす R, S, W の組み合わせを 1 つ見つければ良いので上の測定そのものに問題があるわけではない.

[IV]

- (1) 3つのピストンの高さが等しいので、各ピストンの圧力を等しくすれば良い。面積比が $S_A : S_B : S_C = 9 : 16 : 25$ なので、載せるおもりの質量の比を面積比に等しくすれば圧力は等しくなる。

よって、 $m_A = 180$ [g], $m_B = 320$ [g].

また、 $S_A + S_B = S_C$ であることに注意すると、A、Bのピストンの上昇距離とCのピストンの下降距離は等しく Δl とおける (A、Bにかかる圧力は等しいので上昇距離は等しい)。このとき、A、BとCの高さの差は $2\Delta l$ となるので、深さ $2\Delta l$ での水の重さによる圧力差とCに加えた 250 g のおもりによる圧力差が等しくなれば良い。

$$\text{よって、} 2\Delta l \times 1.0 \times g = \frac{250g}{\pi 5^2} \text{ より、} x_A = x_B = \Delta l = \frac{5}{\pi} \text{ [cm]}$$

- (2) 上皿はかりの目盛りの増加 80 g は、おもりの浮力の反作用によるものなので、水の密度 1.0 g/cm^3 より、おもりの体積は、 80 cm^3 であることがわかる。また、上皿はかりの目盛りの増加と、バネはかりの目盛りの和 240 g がおもりの質量なので、求める密度は、 $240 \div 80 = 3.0 \text{ [g/cm}^3]$ 。

- (3) $\ell = 0.60$ [m], $\rho = 5.0 \times 10^{-4}$ [kg/m], $S = 45$ [N] とすると、基本振動 f_0 [Hz] は、

$$f_0 = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}} = 2.5 \times 10^2 \text{ [Hz]}$$

- (4) コンデンサーの電気容量を $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ [F] (ε : 誘電率, S : 極板面積, d : 極板間距離), コイルの自己インダクタンスを L [H] とすると、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{d}}{2\pi\sqrt{L\varepsilon S}} \text{ とかけるので、共振周波数 } f_0 \text{ は } \sqrt{d} \text{ に比例する。よって、共振周波数を 3 倍にするには、極板間距離を 9 倍にすれば良い。} d = 9d_0 \text{ [m]}$$

講評：全体的に、大問の難度が上がっている。Iの力学は易しいので完答したい。IIのドップラー効果は、状況が複雑だが難しい問題ではない。細かい所に気を使い計算ミスをしなければ完答できる。IIIは内容は難しいが、14問中9問は全容が理解できなくても解答できる。IVは(1)以外は即答して欲しい。(1)はやや難しい。難化はしているがトータルで7割は確保したい。

医歯学部進学予備校 **メビオ**

〒540-0033 大阪市中央区石町 2-3-12 ベルヴォア天満橋

TEL 06-6946-0109 FAX 06-6941-9416 URL <http://www.mebio.co.jp/>

MeBio
Scholastics