# 近畿大学医学部（後期）2012年度入学試験　解答速報　数学

平成２４年　３月　８日　実施

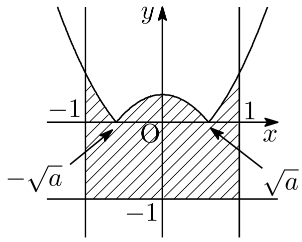
## I

(1)　$|3x-7|=5 \iff 3x-7=\pm 5 \iff 3x=12,\ 2 \iff x=\boxed{4},\ \dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$.

(2)　$c_n = {}_{n+1}\mathrm{C}_2 = \dfrac{n(n+1)}{2}$ より $2000 < n(n+1) < 4024$ である．$44\cdot 45=1980$, $45\cdot 46=2070$, $62\cdot 63=3906$, $63\cdot 64=4032$ なので，最小値 $\boxed{45}$，最大値 $\boxed{62}$.

(3)　直線 AB 上の点 P について $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (1+2t,\ 2+3t,\ 1+t)$ が成り立つ．P の $y$ 座標が 8 となるとき $t=2$．よって求める点は $\left(\boxed{5},\ 8,\ \boxed{3}\right)$.

(4)　右図の斜線部の面積が $S(a)$ である．




$$S(a) = 2\left\{\int_0^{\sqrt{a}}(-x^2+a)dx + \int_{\sqrt{a}}^{1}(x^2-a)dx + 1\right\} = \frac{8}{3}a\sqrt{a} - 2a + \frac{8}{3} \text{ より}$$

$S\left(\dfrac{1}{16}\right) = \dfrac{\boxed{31}}{\boxed{12}}$，また $S(a)=\dfrac{8}{3}$ ならば $a=\dfrac{\boxed{9}}{\boxed{16}}$ である．

(5)　四面体の頂点を A，B，C，D とする．辺 BC の中点を M とすると $\mathrm{AM}=\mathrm{DM}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．A から面 BCD に下ろした垂線の足 H は △BCD の重心に一致するので $\mathrm{MH}=\dfrac{1}{3}\mathrm{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．よって △AMH において三平方の定理を適用して，四面体の高さは $\mathrm{AH}=\sqrt{\boxed{6}}$．また △BCD の面積は $\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot \sin 60^\circ = \dfrac{9}{4}\sqrt{3}$ なので四面体の体積は $\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{9}{4}\sqrt{3}\cdot\sqrt{6} = \dfrac{\boxed{9}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{4}}$.

## II

(1)　$m$ を自然数とすると，$a_{2m}+a_{2m+1}=6$, $a_{2m-1}+a_{2m}=4$ となり，辺々引くと $a_{2m+1}-a_{2m-1}=2$ となる．つまり，奇数項は初項 0，公差 2 の等差数列（$a_{2m-1}=2m-2$）となっている．また，$a_{2m}=4-a_{2m-1}=6-2m$ であることもわかる．以上から，$a_{14}=\boxed{-8}$.

また，$\displaystyle\sum_{n=1}^{99} a_n = a_1+(a_2+a_3)+(a_4+a_5)+\cdots+(a_{98}+a_{99}) = 0+6\times 49 = \boxed{294}$.

偶数項はすべて 6 以下なので，$a_{2m-1}>501$ のみ考えればよい．

$2m-2>501$ を解いて $m \geqq 252$ が得られるので，最小の $n$ の値は $252\times 2-1=\boxed{503}$.

(2)　$M_1-M_2=\dfrac{2}{3}\log_{10}\dfrac{E_1}{E_2}$ より $\dfrac{E_1}{E_2}=10^{\frac{3}{2}}$ すなわち $k=\boxed{10}\sqrt{\boxed{10}}$.

また，$31^2=961$, $32^2=1024$ なので，$31 \leqq 10\sqrt{10} < 32$，すなわち $m=\boxed{31}$.

(3)　(i)　3つの出目の和が 6 の倍数になる組み合わせを書き下すと

(A)　(2, 2, 2), (4, 4, 4), (6, 6, 6)

(B)　(1, 1, 4), (2, 5, 5), (3, 3, 6)

(C)　(1, 2, 3), (1, 5, 6), (2, 4, 6), (3, 4, 5)

となるが，(A) は 1 通り，(B) は 3 通り，(C) は 6 通り存在するので，合計 $\boxed{36}$ 通り．

(ii) $\displaystyle\int_0^1 (at^2 - bt + c)dt = \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + c = 0$ であるので，$a$ は 3 の倍数，$b$ は偶数でなければならない．あとは 数え上げる．

$(a,\ b,\ c) = (3,\ 4,\ 1),\ (3,\ 6,\ 2),\ (6,\ 6,\ 1)$ の 3 通りなので，$\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{72}}$.

## III

$\Delta$ の分母分子は三辺に関する同次式なので，$a,\ b,\ c$ の比だけで定まることに注意しておく．

(1) $\Delta(T_1) = \dfrac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$，$\Delta(T_2) = \dfrac{\sqrt{2}}{1+1+2\sqrt{2}} = \dfrac{\boxed{2} - \sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}}$.

(2) $\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ より $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = \dfrac{1}{9}$ である．したがって，余弦定理により

$2^2 = a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \cos 2\theta \iff 4 = \dfrac{16}{9}a^2$ より $a = \dfrac{3}{2}$．したがって，$\Delta(T_3) = \dfrac{2a^2}{2a^3+8} = \dfrac{\boxed{18}}{\boxed{59}}$.

また，$\cos 2\theta = \dfrac{1}{9}$ より $\sin 2\theta = \dfrac{4\sqrt{5}}{9}$ なので，面積は $\dfrac{1}{2}a^2 \sin 2\theta = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{9}{4} \cdot \dfrac{4\sqrt{5}}{9} = \dfrac{\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{2}}$.

(3) $\Delta(T_4) = \dfrac{\boxed{8}}{\boxed{27}}$．線分 AD は $\angle$A の二等分線なので，BD : DC = AB : AC = 5 : 4 であるから，

$\mathrm{BD} = 18 \times \dfrac{5}{5+4} = \boxed{10}$．$\triangle$ABC に対して余弦定理を適用すると $\cos\angle\mathrm{B} = \dfrac{15^2+18^2-12^2}{2\cdot 15\cdot 18} = \dfrac{3}{4}$ がわかる．これより $\triangle$ABD に対して余弦定理を適用すると，$\mathrm{AD}^2 = 15^2 + 10^2 - 2\cdot 15\cdot 10\cos\angle\mathrm{B} = 100$ となるので，$\mathrm{AD} = 10$ である．したがって，$\Delta(T_5) = \dfrac{15\cdot 10\cdot 10}{15^3+10^3+10^3} = \dfrac{\boxed{12}}{\boxed{43}}$.

### 講評

1．小問集合（易）
5問とも易しい．とにかく計算ミスをしないことである．

2．小問集合（標準）
(1) で少し困った生徒もいるだろう．偶数項と奇数項が異なる数列であることを見抜けないとつらいかもしれない．(2) は設定が変わっているだけ．(3) の確率は数え落としが命取り．

3．大問（易）
三角形の問題．図形的に悩む部分もほとんどなく，すべて素直に解ける．

全体的に素直で易しい．９割以上は欲しいところ．