

2026年2月10日実施

大阪医科薬科大学〈数学〉 前期入試

トロコイドに関する出題

[4] xy 平面上で、半径 1 の円板 D が x 軸に接しながら正の方向へ滑ることなく 1 回転する。このとき D 上の定点 P の描く曲線 F を考える。最初、 D の中心 C は座標 $(0, 1)$ の位置に、点 P は座標 $(0, 1-a)$ の位置にあるものとする。ただし $0 < a < 1$ とする。次の問いに答えよ。

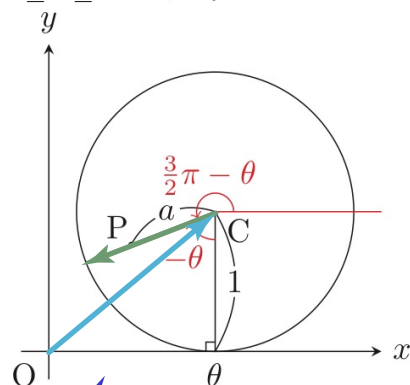
(1) 円板 D が最初の位置から角 θ だけ回転したとき、中心 C は点 $(\theta, 1)$ に移動する。このときの点 P の座標を (x, y) とすると、 $x = \theta - a \sin \theta$, $y = 1 - a \cos \theta$ となることを示せ。ただし $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。

(1) 円板が正の方向へ θ だけ回転したとき、 \vec{CP} が x 軸の正の向きとなす角は $\frac{3\pi}{2} - \theta$ である。したがって、

$$\begin{aligned} \vec{CP} &= \left(a \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \theta \right), a \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \theta \right) \right) \\ &= (-a \sin \theta, -a \cos \theta) \end{aligned}$$

となる。よって

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= \vec{OC} + \vec{CP} \\ &= (\theta, 1) + (-a \sin \theta, -a \cos \theta) \\ &= (\theta - a \sin \theta, 1 - a \cos \theta) \quad \text{ゆえに } x = \theta - a \sin \theta, y = 1 - a \cos \theta \text{ である。} \end{aligned}$$



三角関数を用いて座標のパラメータ表示を導出させる問題！

【メビオ 大阪医科薬科大学攻略講座】
【メビオ 大阪医科薬科大学対策授業】より

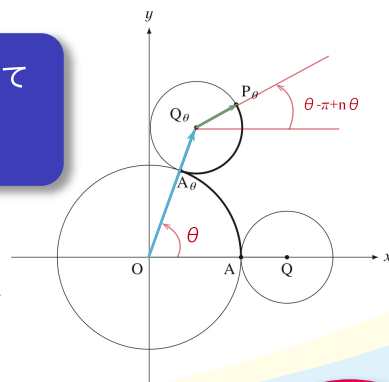
2025年12月13日
2026年1月18日実施

xy 平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある。半径 $\frac{1}{n}$ (n は自然数) の円 C_n が、 C に外接しながらすべることなく反時計回りに転がるとき、 C_n 上の点 P の軌跡を考える。ただし、最初 P は点 $A(1, 0)$ に一致していたとする。

(1) O を端点とし C_n の中心を通る半直線が x 軸の正の向きとなす角が θ となるとき、 P の座標を n と θ で表せ。

$$\begin{aligned} \vec{QP}_\theta &= \frac{1}{n} (\cos(\theta - \pi + n\theta), \sin(\theta - \pi + n\theta)) \\ &= \frac{1}{n} (\cos\{(n+1)\theta - \pi\}, \sin\{(n+1)\theta - \pi\}) \\ &= -\frac{1}{n} (\cos(n+1)\theta, \sin(n+1)\theta) \\ \vec{OP}_\theta &= \vec{OQ}_\theta + \vec{QP}_\theta \\ &= \left(1 + \frac{1}{n} \right) (\cos \theta, \sin \theta) - \frac{1}{n} (\cos(n+1)\theta, \sin(n+1)\theta) \\ &= \left(\frac{n+1}{n} \cos \theta - \frac{1}{n} \cos(n+1)\theta, \frac{n+1}{n} \sin \theta - \frac{1}{n} \sin(n+1)\theta \right) \end{aligned}$$

水平方向からの角度に注意して
2つのベクトルの和として
考えるとこころがほぼ同じ！



コメント

滑らずに回転する円板上の点の動きを三角関数を用いて表現する出題でした。苦手とする受験生が多いテーマですが、メビオでは通常カリキュラムで訓練するのみならず、このように直前期にも念押ししました。入試本番で、メビオ生は自信をもって取り組むことができました。

※試験問題、模試問題とも掲載用にレイアウトを多少変更しています

試験直前に
演習！