2023年1月21日実施

東北医科薬科大学〈数学〉

ズバリ的中 医学部進学予備校メビオ

分数型の定積分に関する出題

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{\boxed{ア}}$ である。

(2) $\displaystyle\frac{1}{1+x^3} = \frac{1}{a}\left(\frac{1}{1+x} - \frac{x+b}{x^2+cx+d}\right)$ と部分分数に分解するとき，$a=\boxed{イ}$，$b=\boxed{ウエ}$，$c=\boxed{オカ}$，$d=\boxed{キ}$ である。

(3) $\displaystyle I=\int_0^1 \frac{1}{1+x^3}dx = \frac{1}{\boxed{ク}}\left(\log\boxed{ケ} + \frac{\pi}{\sqrt{\boxed{コ}}}\right)$ である。ただし，log は自然対数とする。

(4) $\displaystyle J=\int_0^1 \frac{1}{(1+x^3)^2}dx = \frac{1}{\boxed{サ}} + \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\left(\log\boxed{セ} + \frac{\pi}{\sqrt{\boxed{ソ}}}\right)$ である。ただし，log は自然対数とする。

【メビオ 直前授業テキスト】より

＼ 試験前日！ ／
1月20日実施

p，q を実数として，$g(x)=x^4+px^2+q$ とする．方程式 $g(x)=0$ は $x=\dfrac{1}{2}+i$ を解にもつとする．

問1　$g(x)$ は，実数を係数とする x の多項式

$$h_1(x)=x^2-\boxed{1}x+\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

で割り切れる．

問2　複素数平面において，$g(x)=0$ の解を頂点とする四角形の面積は $\boxed{4}$ である．

問3　$g(x)$ を問1の $h_1(x)$ で割った商 $h_2(x)$ とする．このとき，

$$\frac{4x^2-5}{g(x)}=\frac{\boxed{5}x-\boxed{6}}{h_1(x)}-\frac{\boxed{7}x+\boxed{8}}{h_2(x)}$$

が成り立つ．

問4　$\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{4x^2-5}{g(x)}dx=\boxed{9}\boxed{10}\log\boxed{11}$ である．

問われていること
解答の流れ
ともに一致

コメント

分数式を部分分数分解してから定積分を行う問題。素早く恒等式を解き，確実に積分計算を行いたい問題であったが，メビオ生は前日に同じタイプの問題を扱っていたため，迷わずに誘導にのり効率よく時間を使うことができたであろう。

試験前日に演習！

※試験問題、直前テキストとも掲載用にレイアウトを多少変更しています