医学部進学予備校 メビオ
医学部専門予備校 YMS × 医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

東海大学医学部(1日目)　数学

2026年 2月 2日実施

1 次の空欄を埋めなさい．解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

(1) a, b を定数とする．放物線 C は 2 次関数 $y=3x^2+ax-15$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線である．この C の頂点が 2 次関数 $y=2x^2-8x+b$ のグラフの頂点と一致するとき，定数 a と b の値は，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) k を定数とする．円 C は半径が 2 であり，その中心は円 $x^2+y^2-4x-6y-3=0$ の中心に一致する．この円 C と直線 $y=x+k$ が異なる 2 つの共有点をもつとき，定数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(3) 関数 $f(x)=2(\cos 2x)(\cos x)-6\sin^2 x-7\cos x+6$ の最小値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(4) 三角形 ABC において，辺 AB 上の点を P とし，辺 AC 上の中点を Q とする．線分 CP と線分 BQ の交点を R とする．三角形 ABC の面積と三角形 RBC の面積の比が 5 : 2 であるとき，AP : PB = 1 : $\boxed{\text{カ}}$ である．

(5) ある病原菌を検出する検査法が，病原菌がいるときに，陰性と誤って判定してしまう確率は 40 %，病原菌がいないときに，陽性と誤って判定してしまう確率は 20 % である．全体の 10 % にこの病原菌がいるとされる検体の中から 1 個の検体を取り出す．その 1 個の検体について，検査を独立に 2 回実施する．

以下の問の答えは既約分数で答えること．

(i) 共に陰性と判定される確率は $\boxed{\text{キ}}$ である．

(ii) 共に陰性と判定されたときに，実際には病原菌がいる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である．

解答

ア．-6　イ．-8　ウ．$1-2\sqrt{2}<k<1+2\sqrt{2}$　エ．$-\dfrac{5}{2}$　オ．11　カ．2　キ．$\dfrac{74}{125}$　ク．$\dfrac{1}{37}$

解説

(1)

$$y=3x^2+ax-15=3\left(x+\frac{a}{6}\right)^2-\frac{a^2}{12}-15$$

であるので，この放物線の頂点は $\left(-\dfrac{a}{6},\ -\dfrac{a^2}{12}-15\right)$ である．これを x 軸方向に 1，y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線 C の頂点は $\left(-\dfrac{a}{6}+1,\ -\dfrac{1}{12}a^2-13\right)$ となる．一方

$$y=2x^2-8x+b \iff y=2(x-2)^2+b-8$$

より，この放物線の頂点は $(2,\ b-8)$ となるので，2 つの頂点を比較して

$$\begin{cases} -\dfrac{a}{6}+1=2 \\ -\dfrac{1}{12}a^2-13=b-8 \end{cases}$$

これを解いて，$a=\mathbf{-6}$，$b=\mathbf{-8}$ となる．

(2)　円 C の中心は $x^2+y^2-4x-6y-3=0 \iff (x-2)^2+(y-3)^2=16$ の中心，すなわち $(2,\ 3)$ である．円 C と直線 $y=x+k \iff x-y+k=0$ が異なる 2 つの共有点をもつ条件は，中心と直線の距離を考えて，

$$\frac{|2-3+k|}{\sqrt{1^2+1^2}}<2 \iff |k-1|<2\sqrt{2}$$

これより，$\mathbf{1-2\sqrt{2}<k<1+2\sqrt{2}}$ を得る．

(3)

$$\begin{aligned} f(x)&=2\cos x(2\cos^2 x-1)-6(1-\cos^2 x)-7\cos x+6 \\ &=4\cos^3 x+6\cos^2 x-9\cos x \end{aligned}$$

ここで $t=\cos x$ とおくと $-1 \leqq t \leqq 1$ であり，$f(x)=4t^3+6t^2-9t$ と表される．これを $g(t)$ とおくと，

$$g'(t)=12t^2+12t-9=3(2t-1)(2t+3)$$

t	-1	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	11	$\searrow$	$-\frac{5}{2}$	$\nearrow$	1

となり，増減は右のようになる．

したがって，最小値は $\mathbf{-\frac{5}{2}}$，最大値は $\mathbf{11}$ となる．

(4)　直線 AR と辺 BC との交点を S とすると，$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{RBC}=5:2$ より $\mathrm{AR}:\mathrm{RS}=3:2$ が得られる．メネラウスの定理より

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QC}}\times\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BS}}\times\frac{\mathrm{SR}}{\mathrm{RA}}=1 \\ \iff &\frac{1}{1}\times\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BS}}\times\frac{2}{3}=1 \\ \iff &\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BS}}=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

つまり $\mathrm{BS}:\mathrm{SC}=2:1$ を得る．チェバの定理より

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}\times\frac{\mathrm{BS}}{\mathrm{SC}}\times\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}=1 \\ \iff &\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}\times\frac{2}{1}\times\frac{1}{1}=1 \\ \iff &\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

つまり $\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=\mathbf{1:2}$ である．

(5)　1 回の検査につき確率は以下の表のようになる．

	陽性判定	陰性判定
病原菌がいるとき	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
病原菌がいないとき	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$

(i)　2 回検査をしたときに共に陰性と判定される確率は

$$\frac{1}{10}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2+\frac{9}{10}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=\mathbf{\frac{74}{125}}$$

(ii)　共に陰性と判定されたときに，実際には病原菌がいる条件付き確率は

$$\frac{\dfrac{1}{10}\cdot\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}{\dfrac{74}{125}}=\boldsymbol{\frac{1}{37}}$$

$\boxed{2}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

$$a_1 = -\frac{2}{3},\ a_{n+1} = \frac{a_n}{3 + 2n^2 a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(1) $a_2 = \boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める．このとき，b_n を a_n と n の式で表すと

$$b_n = \frac{\boxed{\text{イ}}}{a_n} + \boxed{\text{ウ}}$$

である．さらに，b_{n+1} を b_n と n の式で表すと

$$b_{n+1} = \boxed{\text{エ}}\, b_n + \boxed{\text{オ}}$$

である．ただし，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ には実数が入り，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ には n に関する多項式が入る．

(3) 定数 p，q が

$$b_{n+1} + p(n+1) + q = \boxed{\text{エ}}(b_n + pn + q) \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとき，定数 p，q の値は $p = \boxed{\text{カ}}$，$q = \boxed{\text{キ}}$ である．よって，数列 $\{b_n + pn + q\}$ は初項が $\boxed{\text{ク}}$ で公比が $\boxed{\text{ケ}}$ の等比数列である．

(4) 数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = (\boxed{\text{コ}})^n + \boxed{\text{サ}}$$

である．ただし，$\boxed{\text{コ}}$ には実数が入り，$\boxed{\text{サ}}$ には n に関する多項式が入る．

(5) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{シ}}$ である．

$\boxed{\text{解答}}$

ア．$-\dfrac{2}{5}$　イ．2　ウ．$2n^2$　エ．3　オ．$4n+2$　カ．2　キ．2　ク．3　ケ．3　コ．3　サ．$(-2n-2)$

シ．$\dfrac{2}{3^n - 2n^2 - 2n - 2}$

$\boxed{\text{解説}}$

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{3 + 2n^2 a_n} \quad \cdots ①$$

(1) ① に $n = 1$ を代入して，$a_2 = \dfrac{a_1}{3 + 2a_1} = \dfrac{-\frac{2}{3}}{3 - \frac{4}{3}} = \boldsymbol{-\dfrac{2}{5}}$

(2) $a_n \fallingdotseq 0$ であることが分かるので，① の両辺の逆数を考えることで，$\dfrac{1}{a_{n+1}} = \dfrac{3}{a_n} + 2n^2 \quad \cdots ②$ を得る．

よって，② を用いることで，

$$b_n = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{3}{a_n} + 2n^2 - \frac{1}{a_n} = \boldsymbol{\frac{2}{a_n} + 2n^2} \cdots (*)$$

が得られる．この結果と ② から，

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= \frac{2}{a_{n+1}} + 2(n+1)^2 \\ &= 2\left(\frac{3}{a_n} + 2n^2\right) + 2(n+1)^2 \\ &= \frac{6}{a_n} + 6n^2 + 4n + 2 \\ &= 3\left(\frac{2}{a_n} + 2n^2\right) + 4n + 2 \\ &= \boldsymbol{3}b_n + \boldsymbol{4n+2} \ \cdots ③ \end{aligned}$$

が導かれる．

(3)　与えられた関係式 $b_{n+1} + p(n+1) + q = 3(b_n + pn + q)$ を整理すると $b_{n+1} = 3b_n + 2pn - p + 2q$ となるので，③ と係数を比較することで $2p = 4$ かつ $-p + 2q = 2$．この連立方程式を解いて $p = \mathbf{2}$，$q = \mathbf{2}$ を得る．

このとき，数列 $\{b_n + 2n + 2\}$ が初項 $b_1 + 4 = \dfrac{1}{a_2} - \dfrac{1}{a_1} + 4 = -\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2} + 4 = \mathbf{3}$，公比 $\mathbf{3}$ の等比数列となる．

(4)　(3) の結果から，数列 $\{b_n + 2n + 2\}$ の一般項が $3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$ であることが分かるので，$b_n + 2n + 2 = 3^n$ より $b_n = \mathbf{3}^n + (\boldsymbol{-2n-2})$ が得られる．

(5)　$(*)$ より

$$\begin{aligned} & b_n = \frac{2}{a_n} + 2n^2 \\ \iff & \frac{2}{a_n} = b_n - 2n^2 = 3^n - 2n^2 - 2n - 2 \\ \iff & a_n = \boldsymbol{\frac{2}{3^n - 2n^2 - 2n - 2}} \end{aligned}$$

別解

(4) の結果から，$\dfrac{1}{a_{n+1}} - \dfrac{1}{a_n} = b_n$ の関係により，$n \geqq 2$ のときは，

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_n} &= \frac{1}{a_1} + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \\ &= -\frac{3}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \left(3^k - 2k - 2\right) \\ &= -\frac{3}{2} + \frac{3(3^{n-1} - 1)}{3-1} - 2 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n - 2(n-1) \\ &= \frac{3^n}{2} - n^2 - n - 1 \\ &= \frac{3^n - 2n^2 - 2n - 2}{2} \cdots ④ \end{aligned}$$

となる．$\dfrac{1}{a_1} = -\dfrac{3}{2}$ であるから，④ は $n = 1$ のときにも成立することが分かる．

したがって，④ は $n \geqq 1$ において成立することになるので，$a_n = \boldsymbol{\dfrac{2}{3^n - 2n^2 - 2n - 2}}$ と定まる．

$\boxed{3}$ 四面体 OABC に対して，辺 OA の中点を E，辺 BC の中点を F，辺 OB の中点を G，辺 AC の中点を H とする．また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする．以下の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{セ}}$ には実数が入る．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$，$\overrightarrow{\mathrm{HF}}$ をそれぞれ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \boxed{\text{ア}}\,\vec{a} + \boxed{\text{イ}}\,\vec{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{HF}} = \boxed{\text{ウ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{エ}}\,\vec{b}$$

である．よって，2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{HF}}$ は平行なベクトルであるので，4 点 E，F，G，H は同一平面上にある．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{GH}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \boxed{\text{オ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{カ}}\,\vec{b} + \boxed{\text{キ}}\,\vec{c}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{GH}} = \boxed{\text{ク}}\,\vec{a} + \boxed{\text{ケ}}\,\vec{b} + \boxed{\text{コ}}\,\vec{c}$$

である．

(3) この四面体 OABC が $\mathrm{AB} = \sqrt{3}$，$\mathrm{OC} = \sqrt{2}$，$\mathrm{EF} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$，$\mathrm{GH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たすとする．

(i) $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{GH}}$ の内積を求めると $\overrightarrow{\mathrm{EF}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{GH}} = \boxed{\text{サ}}$ である．

(ii) 点 I を $\overrightarrow{\mathrm{EI}} = \overrightarrow{\mathrm{GH}}$ を満たす点とする．このとき，三角形 EFI の面積は $\boxed{\text{シ}}$ である．これを用いて，四角形 EGFH の面積を求めると $\boxed{\text{ス}}$ である．

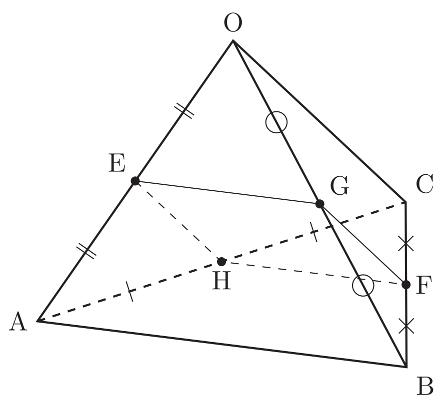
(iii) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の内積を求めると $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boxed{\text{セ}}$ である．

$\boxed{\text{解答}}$

ア．$-\dfrac{1}{2}$ イ．$\dfrac{1}{2}$ ウ．$-\dfrac{1}{2}$ エ．$\dfrac{1}{2}$ オ．$-\dfrac{1}{2}$ カ．$\dfrac{1}{2}$ キ．$\dfrac{1}{2}$ ク．$\dfrac{1}{2}$ ケ．$\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ コ．$\dfrac{1}{2}$ サ．$-\dfrac{1}{4}$ シ．$\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ ス．$\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ セ．1

$\boxed{\text{解説}}$

$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \dfrac{1}{2}\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OF}} = \dfrac{1}{2}\vec{b} + \dfrac{1}{2}\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \dfrac{1}{2}\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \dfrac{1}{2}\vec{a} + \dfrac{1}{2}\vec{c}$ である．



(1)

$$\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \overrightarrow{\mathrm{OG}} - \overrightarrow{\mathrm{OE}} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{HF}} = \overrightarrow{\mathrm{OF}} - \overrightarrow{\mathrm{OH}} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

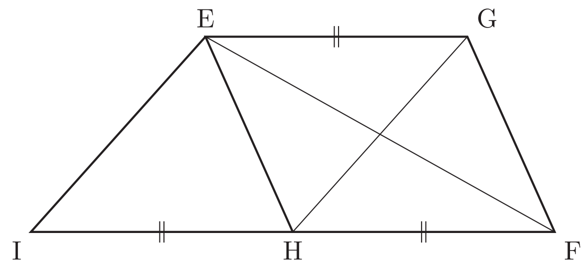
であるので，$\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \overrightarrow{\mathrm{HF}}$ となり，四角形 EGFH は平行四辺形であることがわかる．

(2)

$$\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{OF}} - \overrightarrow{\mathrm{OE}} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{GH}} = \overrightarrow{\mathrm{OH}} - \overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

(3) (i)



$$\overrightarrow{\mathrm{EF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GH}}=\frac{1}{4}(-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c})$$
$$=\frac{1}{4}(|\vec{c}|^2-|\vec{b}-\vec{a}|^2)$$
$$=\frac{1}{4}(|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2-|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2)$$
$$=\frac{1}{4}(2-3)=\boldsymbol{-\frac{1}{4}}$$

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{EI}}=\overrightarrow{\mathrm{GH}}$ であるので，三角形 EFI の面積は

$$\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{EF}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{EI}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{EF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{EI}})^2}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{EF}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{GH}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{EF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GH}})^2}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{4}\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{16}}$$
$$=\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}}{4}}$$

また，平行四辺形 EGFH と三角形 EFI の面積は等しいので，平行四辺形 EGFH の面積も $\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}}{4}}$ である．

(iii) 中点連結定理より，$\overrightarrow{\mathrm{EG}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{GF}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ である．また，三角形 EFG に余弦定理を用いると，

$$\cos\angle\mathrm{EGF}=\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{6}}$$

であるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$
$$=4\overrightarrow{\mathrm{EG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GF}}$$
$$=-4\overrightarrow{\mathrm{GE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GF}}$$
$$=-4|\overrightarrow{\mathrm{GE}}||\overrightarrow{\mathrm{GF}}|\cos\angle\mathrm{EGF}$$
$$=-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$
$$=\boldsymbol{1}$$

別解 1

$\overrightarrow{\mathrm{EF}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{2}$ より，

$$|\overrightarrow{\mathrm{EF}}|^2=\frac{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}+|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2}{4}$$
$$=\frac{3+2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}+2}{4}=\frac{7}{4}$$

となるので，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\mathbf{1}$ である．

$\boxed{\text{別解 2}}$

$\overrightarrow{\mathrm{GH}}=\dfrac{-\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{2}$ より，

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{\mathrm{GH}}|^2&=\frac{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2-2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}+|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2}{4}\\&=\frac{3-2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}+2}{4}=\frac{3}{4}\end{aligned}$$

となるので，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\mathbf{1}$ である．

予想配点

$\boxed{1}$ 35 点　(1) 5　(2) 5　(3) 5＋5　(4) 5　(5) 5＋5

$\boxed{2}$ 35 点　(1) 5　(2) 5＋5　(3) 5＋5　(4) 5　(5) 5

$\boxed{3}$ 30 点　(1) 5　(2) 5　(3) (i) 5　(ii) 5＋5　(iii) 5

講評

$\boxed{1}$［小問集合］((1) やや易 (2) 易 (3) 易 (4) やや易 (5) 標準)

この中では (5) がやや解きにくいが，他は手堅く完答したいところである．

$\boxed{2}$［数列］(標準)

与えられた漸化式は少々複雑ではあるが，誘導が丁寧なのでうまく乗って高得点をとりたい．

$\boxed{3}$［空間ベクトル］(標準)

四面体の問題ではあるが，四角形 EGFH が平行四辺形であることが見えれば，あとはほとんど平面ベクトルの問題である．この問題も高得点がほしいところ．

数学Ⅲが範囲外というのも定着してきており，大問の誘導も丁寧で全体として方針の立てやすい問題ばかりであった．小問集合を完答に近いところまで仕上げた上で，$\boxed{2}$, $\boxed{3}$ でどれだけ正しく処理しきれたか，という勝負になりそうである．目標は 80%．

解答・講評作成 医学部進学予備校メビオ