解答速報

近畿大学医学部(推薦)　数学

2025年 11月 23日実施

解説動画公開中!！
https://www.youtube.com/watch?v=wQWWr995CcA（問題Ⅰ (1)）
https://www.youtube.com/watch?v=mMrAitB6AFw（問題Ⅱ）

Ⅰ

(1)　数列 $-17,\ -14,\ -11,\ -8,\ -5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13$ を考える。

(i)　この数列の和は $\boxed{\text{アイウ}}$ である。

(ii)　この数列の各項の 2 乗の和は $\boxed{\text{エオカキ}}$ である。

(iii)　この数列から異なる 2 つの項を取り出して積を作るとき，このようにしてできた 55 個の積の和は $\boxed{\text{クケコサ}}$ である。

(2)　集合 U とその部分集合 $A,\ B,\ C$ に対して，$U = A\cup B\cup C$, $n(U) = 11$, $n(A) = 6$, $n(B) = 5$, $n(A\cap B) = 2$, $n(B\cap C) = 3$, $n(C\cap A) = 4$, $n(A\cap B\cap C) = 1$ とする。ただし，U の部分集合 S に対して，$n(S)$ は S の要素の個数を表し，$\overline{S}$ は U に関する S の補集合を表す。

(i)　$n(A\cup B) = \boxed{\text{シ}}$ である。

(ii)　$n(C) = \boxed{\text{ス}}$ である。

(iii)　$n((A\cap C)\cup \overline{B}) = \boxed{\text{セ}}$ である。

(iv)　$n(B\cap \overline{A\cup C}) = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(3)　$\angle\mathrm{BAC} = 20^\circ$ であり，$\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 3$ である二等辺三角形 ABC を考える。辺 AC 上に $\mathrm{AP} = \mathrm{BC}$ となる点 P をとる。$\triangle\mathrm{ABC}$ と $\triangle\mathrm{DPA}$ が合同となる点 D を，辺 AB と辺 DP が交わるようにとる。このとき，$\angle\mathrm{BAD} = \boxed{\text{タチ}}^\circ$, $\angle\mathrm{BDP} = \boxed{\text{ツテ}}^\circ$, $\mathrm{BD} = \boxed{\text{ト}}$, $\angle\mathrm{BPC} = \boxed{\text{ナニ}}^\circ$ である。

解答

解答記号	正解
アイウ	−22
エオカキ	1034
クケコサ	−275
シ	9
ス	8
セ	7
ソ	1

解答記号	正解
タチ	60
ツテ	40
ト	3
ナニ	30

解説

(1)　この数列は，初項 -17，末項 13，公差 3，項数 11 の等差数列である．

(i)　等差数列の和の公式より，$\dfrac{(-17+13)\times 11}{2} = \mathbf{-22}$

(ii)　k 項目を a_k $(1 \leqq k \leqq 11)$ とおくと，$a_k = -17 + 3(k-1) = 3k - 20$ であるので，各項の 2 乗の和は，

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{11} {a_k}^2 &= \sum_{k=1}^{11} (3k-20)^2 \\ &= 9\sum_{k=1}^{11} k^2 - 120\sum_{k=1}^{11} k + 400\sum_{k=1}^{11} 1 \\ &= 9 \cdot \frac{1}{6} \cdot 11 \cdot 12 \cdot 23 - 120 \cdot \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 12 + 400 \cdot 11 \\ &= \mathbf{1034}\end{aligned}$$

(iii)　求める和を S とおく．

$$\left(\sum_{k=1}^{11} a_k\right)^2 = \sum_{k=1}^{11} {a_k}^2 + \sum_{1 \leqq k,\ j \leqq 11\ \text{かつ}\ k \neq j} a_k a_j \cdots (*)$$

であることを利用する（下図参照）．ここで，$1 \leqq k,\ j \leqq 11$ かつ $k \neq j$ をみたす $k,\ j$ は $1 \leqq k < j \leqq 11$ と $1 \leqq j < k \leqq 11$ の場合があり，

$$\sum_{1 \leqq k < j \leqq 11} a_k a_j = \sum_{1 \leqq j < k \leqq 11} a_k a_j = S$$

である．(i), (ii) で求めた値を $(*)$ に代入すると，$(-22)^2 = 1034 + 2S$ となるので，$S = \mathbf{-275}$ と求まる．

	-17	-14	-11	$\cdots$		10	13
-17	$(-17)^2$	$(-17)\cdot(-14)$	$(-17)\cdot(-11)$				$(-17)\cdot 13$
-14	$(-14)\cdot(-17)$	$(-14)^2$	$(-14)\cdot(-11)$				$(-14)\cdot 13$
-11	$(-11)\cdot(-17)$	$(-11)\cdot(-14)$	$(-11)^2$				$(-11)\cdot 13$
$\vdots$							
10							$10\cdot 13$
13	$13\cdot(-17)$	$13\cdot(-14)$	$13\cdot(-11)$				13^2

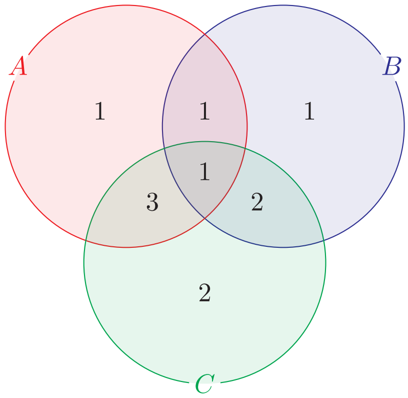
(2) 右のベン図のようになる．したがって，求める要素の個数はそれぞれ，

(i) $n(A \cup B) = \mathbf{9}$

(ii) $n(C) = \mathbf{8}$

(iii) $n((A \cap C) \cup \overline{B}) = \mathbf{7}$

(iv) $n(B \cap \overline{A \cup C}) = \mathbf{1}$



(3) $\angle\mathrm{BAC} = 20^\circ$ であるので，$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{DAP} = 80^\circ$ を得る．したがって，

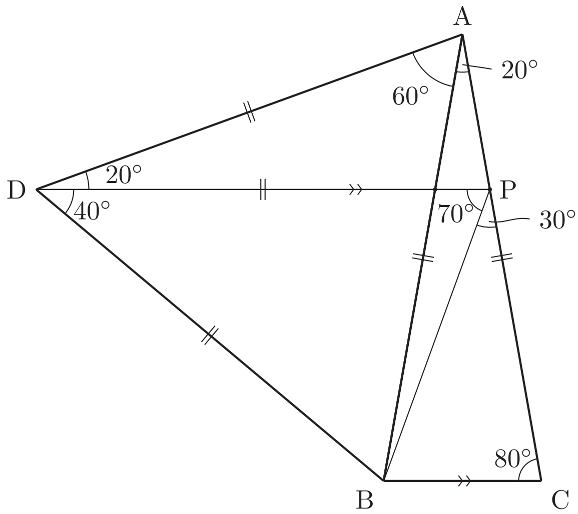
$$\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{DAP} - \angle\mathrm{BAC} = 80^\circ - 20^\circ = \mathbf{60}^\circ$$

また，$\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{DPA}$ であるので $\mathrm{AB} = \mathrm{AD} = 3$．これより $\triangle\mathrm{ABD}$ は正三角形であることがわかる．したがって，

$\angle\mathrm{BDP} = \angle\mathrm{BDA} - \angle\mathrm{ADP} = 60^\circ - 20^\circ = \mathbf{40}^\circ$，$\mathrm{BD} = \mathbf{3}$

また，$\mathrm{DB} = \mathrm{DP}$ であることから $\triangle\mathrm{DBP}$ は二等辺三角形であることがわかるので，$\angle\mathrm{DPB} = 70^\circ$ を得る．したがって，

$$\angle\mathrm{BPC} = \angle\mathrm{DPC} - \angle\mathrm{DPB} = 100^\circ - 70^\circ = \mathbf{30}^\circ$$

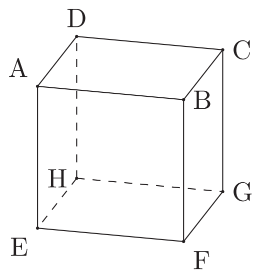


II

1 辺の長さが 1 の立方体 ABCD−EFGH の辺 AB 上に点 P，辺 BC 上に点 Q，辺 BF 上に点 R，辺 AE 上に点 S を

$$\mathrm{BP}=\mathrm{BQ}=\mathrm{BR}=\mathrm{ES}=t\ （ただし\ 0<t<1）$$

となるようにとる。



(1)　3 点 P，Q，R を含む平面で立方体を切ったとき，切り口の図形の周の長さは t を用いて $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}\,t$ と表され，切り口の図形の面積は t を用いて $\dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}t^2$ と表される。

(2)　$t=\dfrac{1}{3}$ のときについて考える。3 点 P，Q，E を含む平面で立方体を切ったとき，切り口の図形の周の長さは $\dfrac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カキ}}+\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ であり，切り口の図形の面積は $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セ}}$ である。

(3)　$0<t<1$ のときについて考える。3 点 P，Q，S を含む平面で立方体を切ったとき，切り口の図形の周の長さは $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ であり，切り口の図形の面積は t を用いて

$$-\sqrt{\boxed{チ}}\,t^2+\sqrt{\boxed{ツ}}\,t+\frac{\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$$

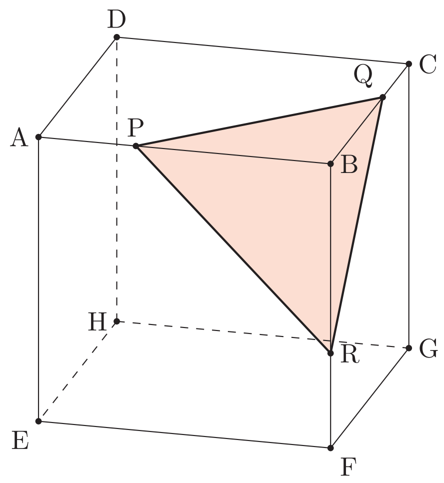
と表される。また，その面積の最大値は $\dfrac{\boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}}{\boxed{ヌ}}$ である。

解答

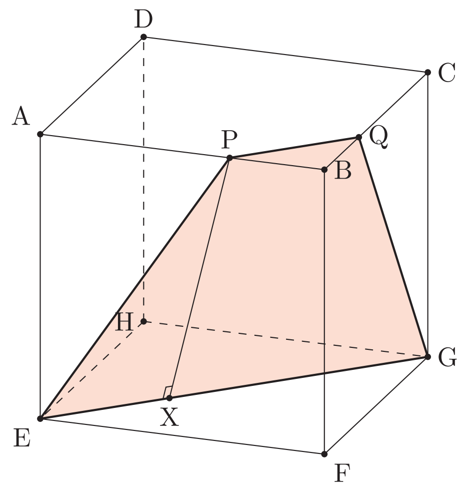
解答記号	正解
$ア\sqrt{イ}$	$3\sqrt{2}$
$\dfrac{\sqrt{ウ}}{エ}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\dfrac{オ\sqrt{カキ}+ク\sqrt{ケ}}{コ}$	$\dfrac{2\sqrt{13}+4\sqrt{2}}{3}$
$\dfrac{サ\sqrt{シス}}{セ}$	$\dfrac{2\sqrt{22}}{9}$
$ソ\sqrt{タ}$	$3\sqrt{2}$
$-\sqrt{チ}t^2+\sqrt{ツ}t+\dfrac{\sqrt{テ}}{ト}$	$-\sqrt{3}t^2+\sqrt{3}t+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\dfrac{ナ\sqrt{ニ}}{ヌ}$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

解説

(1) PQ, QR, RP はすべて 2 辺の長さが t である直角二等辺三角形の斜辺だから長さは $\sqrt{2}t$，したがって周の長さは $\mathbf{3\sqrt{2}}t$.
また面積は $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}t)^2 = \dfrac{\boldsymbol{\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}t^2$.



(2) 切り口の図形は等脚台形 PEGQ になる.



$$\mathrm{PQ} = \frac{\sqrt{2}}{3},\ \mathrm{EG} = \sqrt{2},\ \mathrm{PE} = \mathrm{QG} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1} = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

より切り口の図形の周の長さは

$$\frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{13}}{3} \times 2 = \frac{\mathbf{2\sqrt{13}+4\sqrt{2}}}{\mathbf{3}}$$

また P から EG に下ろした垂線と EG の交点を X とすると $\mathrm{EX} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ だから

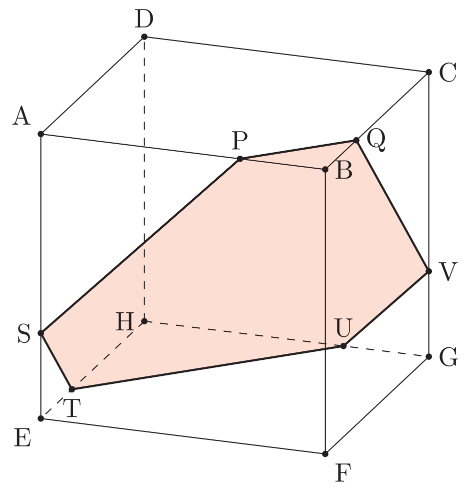
$\mathrm{PX} = \sqrt{\mathrm{PE}^2 - \mathrm{EX}^2} = \sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{13}}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{11}}{3}$. これより切り口の図形の面積は

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2}\right) \times \frac{\sqrt{11}}{3} = \frac{\mathbf{2\sqrt{22}}}{\mathbf{9}}$$

(3)　切り口の図形 PSTUVQ は，正三角形 YZW から正三角形 YPQ, ZTS, WVU を取り除いた六角形である．
$\mathrm{QP}=\mathrm{ST}=\mathrm{UV}=\sqrt{2}t$, $\mathrm{PS}=\mathrm{TU}=\mathrm{VQ}=\sqrt{2}(1-t)$ なので，切り口の図形の周の長さは

$$\sqrt{2}t\times 3+\sqrt{2}(1-t)\times 3=\boldsymbol{3\sqrt{2}}$$

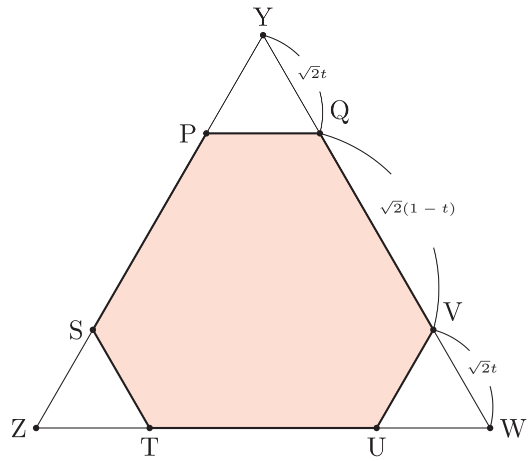
である．



また $\mathrm{YZ}=\mathrm{ZW}=\mathrm{WY}=\sqrt{2}(1+t)$ なので，切り口の図形の面積は

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\{\sqrt{2}(1+t)\}^2-\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}t)^2\times 3$$
$$=\boldsymbol{-\sqrt{3}t^2+\sqrt{3}t+\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

である．



最大値は平方完成

$$-\sqrt{3}t^2+\sqrt{3}t+\frac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

により $\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{3}}{4}}$ とわかる．

III

(1) 関数 $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x}-4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+7\ (-4\leqq x\leqq 0)$ は，$x=$ $\boxed{\text{アイ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり，$x=$ $\boxed{\text{エオ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

(2) x，y は等式 $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x}-4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+7$ と不等式 $-4\leqq x\leqq 0$ を満たすとする。

(i) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x}+y$ の最大値は $\boxed{\text{キク}}$，最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，最小値をとるときの x の値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(ii) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+y$ の最大値は $\boxed{\text{サシ}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり，最小値をとるときの x の値は $\boxed{\text{タ}}\left(1-\log_2\boxed{\text{チ}}\right)$ である。

(iii) $\dfrac{y-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+2}$ の最小値は $\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}-\boxed{\text{ト}}$ であり，最大値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

解答

解答記号	正解
アイ	-4
ウ	7
エオ	-2
カ	3
キク	23
ケ	5
コ	0
サシ	11
$\dfrac{\text{スセ}}{\text{ソ}}$	$\dfrac{19}{4}$
タ$\left(1-\log_2\text{チ}\right)$	$2\left(1-\log_2 3\right)$
ツ$\sqrt{\text{テ}}-$ト	$6\sqrt{2}-8$
ナ	1

解説

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}=X$ とおく．$-4\leqq x\leqq 0$ より $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{0}\leqq X\leqq\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-4}\iff 1\leqq X\leqq 4$ である．

(1) このとき $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x}-4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+7=X^2-4X+7=(X-2)^2+3$ となる．

これより $X=4\iff x=\mathbf{-4}$ のとき最大値 $y=\mathbf{7}$ をとる．

また $X=2\iff x=\mathbf{-2}$ のとき最小値 $y=\mathbf{3}$ をとる．

(2) (i)

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x}+y=X^2+\left(X^2-4X+7\right)=2\left(X-1\right)^2+5$$

これより $X=4$ のとき最大値 **23** をとる．

また $X=1$ のとき最小値 **5** をとる．そのときの x の値は $X=1 \iff x=\mathbf{0}$ である．

(ii)

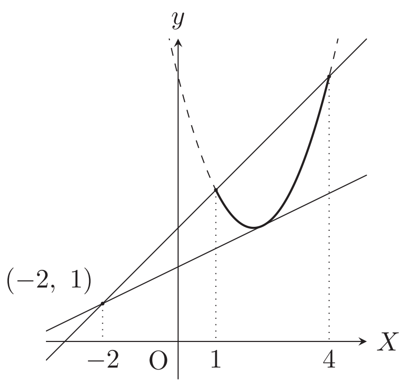
$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}+y=X+\left(X^2-4X+7\right)=\left(X-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{19}{4}$$

これより $X=4$ のとき最大値 **11** をとる．

また $X=\dfrac{3}{2}$ のとき最小値 $\dfrac{\mathbf{19}}{\mathbf{4}}$ をとる．そのときの x の値は

$$\begin{aligned}X=\frac{3}{2} &\iff \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{x}=\frac{3}{2}\\ &\iff x\log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\log_2 3-1\\ &\iff -\frac{1}{2}x=\log_2 3-1\\ &\iff x=\mathbf{2}\left(1-\log_2\mathbf{3}\right)\end{aligned}$$

(iii) $\dfrac{y-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x+2}=\dfrac{y-1}{X+2}=k$ とおく．$y=k\left(X+2\right)+1\cdots$① となり，これは Xy 平面において点 $(-2,\ 1)$ を通る傾き k の直線を表す．この直線が $y=X^2-4X+7\cdots$② と $1\leqq X\leqq 4$ の範囲で共有点をもつときの k の値の最大値と最小値を求める．



図より k が最小となるのは ① と ② が接するときである．

$$X^2-4X+7=k\left(X+2\right)+1 \iff X^2-\left(4+k\right)X-2k+6=0$$

の判別式 D が 0 となるのは

$$D=\left(4+k\right)^2-4\left(-2k+6\right)=k^2+16k-8=0 \iff k=-8\pm6\sqrt{2}$$

図より k の最小値は $\mathbf{6\sqrt{2}-8}$ である．($k=-6\sqrt{2}-8$ のときは第 2 象限で接する)

また，① が点 $(4,\ 7)$ を通るとき $k=\dfrac{7-1}{4+2}=1$ であり，① が点 $(1,\ 4)$ を通るとき $k=\dfrac{4-1}{1+2}=1$ である．よって k の最大値は **1** である．

$\boxed{\text{別解}}$

最小値については以下のように解くこともできる．

$$\frac{y-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x+2}=\frac{X^2-4X+6}{X+2}=X-6+\frac{18}{X+2}=X+2+\frac{18}{X+2}-8$$

ここで $X+2\geqq 3$ なので相加平均相乗平均の関係より

$$X+2+\frac{18}{X+2}\geqq 2\sqrt{\left(X+2\right)\frac{18}{X+2}}=6\sqrt{2}$$

等号は

$$X+2=\frac{18}{X+2} \iff (X+2)^2=18 \iff X+2=3\sqrt{2}\ (\geqq 3)$$

つまり $X=3\sqrt{2}-2$（これは $1 \leqq X \leqq 4$ を満たす）のとき成り立つ．これより $X+2+\dfrac{18}{X+2}-8$ の最小値は $\boldsymbol{6\sqrt{2}-8}$ である．

講評

Ⅰ［小問集合］（標準）

(1) の数列は典型問題であるが，最後の解答枠は経験の有無で差がつくだろう．(2) は慎重に考えて完答を狙いたい．(3) は，中学受験で出題されそうな図形問題であった．△DBP が二等辺三角形だと気付けるかどうかがポイントである．

Ⅱ［空間図形，2 次関数］（標準）

立方体をいろいろな平面で切ってできる切り口の図形の，周の長さと面積を計算する問題である．断面を正確に把握する力が必要である．苦手な人は次の事実を使えばよい．「平行な 2 平面が第 3 の平面と交わってできる 2 つの交線は平行である．」これを使うと例えば (2) において平面 PQE と平面 EFGH の交線が PQ に平行であることがわかるだろう．図形を正確に把握できれば後の計算は比較的容易である．

Ⅲ［2 次関数，図形と方程式］（標準）

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x = X$ とおくと X の 2 次関数になる，という典型問題である．(2)(ii) までは平方完成など同じような作業を繰り返すことになる．(iii) は与式を $= k$ とおくことにより，定点を通る直線と 2 次関数のグラフが共有点をもつ条件を考えればよい．あるいは別解のように相加平均・相乗平均の関係を用いる手もある．この問題は完答が望まれる．

2023 年度入試から全学部共通のマークシート形式となっており，今年度もそれが踏襲されている．医学部独自の記述形式だった時代と比べると，計算力と典型問題の経験値が重要となる傾向が強く，今回もその傾向に沿っている．なお今回は，図形の扱いに対するセンスの有無が得点に影響する割合が大きい．

大問Ⅲは完答に近いところまで仕上げ，大問ⅠとⅡでどれだけ立ち回れたかの勝負だろう．目標は 80%．