解答速報

近畿大学医学部(前期)　数学

2026年 1月 25日実施

I　p を整数とする。一般項がそれぞれ

$$a_n = 2n-1,\ b_n = 5n-1,\ c_n = pa_n + b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を考える。自然数 k に対して，3 つの変量 x, y, z のデータが次の表で与えられている。

x	a_k	a_{k+1}	a_{k+2}	a_{k+3}	a_{k+4}
y	b_k	b_{k+1}	b_{k+2}	b_{k+3}	b_{k+4}
z	c_k	c_{k+1}	c_{k+2}	c_{k+3}	c_{k+4}

(1)　x のデータの平均値が 9 であるとき，$k=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。また，x のデータの分散は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　x のデータの平均値と y のデータの平均値の和が 131 であるとき，$k=$ $\boxed{\text{ウエ}}$ である。また，y のデータの分散は $\boxed{\text{オカ}}$ であり，x と y のデータの共分散は $\boxed{\text{キク}}$ である。

(3)　z のデータの平均値が 10 であるとき，$p=$ $\boxed{\text{ケコ}}$，$k=$ $\boxed{\text{サ}}$ である。

(4)　z のデータの分散が 1250 である p のうち，値が最大のものは $\boxed{\text{シス}}$ である。

(5)　x と z のデータの共分散を s_{xz} とし，y と z のデータの共分散を s_{yz} とするとき，$\dfrac{s_{yz}}{s_{xz}} = \boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソ}}$ である。

(6)　x と z のデータの相関係数が -1 である p のうち，値が最大のものは $\boxed{\text{タチ}}$ である。

解答

解答記号	正解
ア	3
イ	8
ウエ	17
オカ	50
キク	20
ケコ	−2
サ	7
シス	10
セ.ソ	2.5
タチ	−3

解説

まず，この順で等差数列をなす p_k，p_{k+1}，p_{k+2}，p_{k+3}，p_{k+4} について，平均は明らかに p_{k+2} である．また，この等差数列の公差を d とすると，この 5 数の平均からの偏差は $-2d,\ -d,\ 0,\ d,\ 2d$ なので，分散は

$$\frac{1}{5}\{(-2d)^2+(-d)^2+0^2+d^2+(2d)^2\}=2d^2\cdots①$$

である．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の公差は 2 なので，x のデータの平均値が 9 であるとき

$$a_{k+2}=2(k+2)-1=2k+3=9 \iff k=\mathbf{3}$$

である．また，x のデータの分散は ① より $2\cdot 2^2=\mathbf{8}$ である．

(2) y のデータの平均値は $b_{k+2}=5(k+2)-1=5k+9$ であるから，$x,\ y$ のそれぞれのデータの平均値の和が 131 であるとき，

$$(2k+3)+(5k+9)=131 \iff k=\mathbf{17}$$

である．また，数列 $\{b_n\}$ の公差は 5 であるから，y のデータの分散は ① より $2\cdot 5^2=\mathbf{50}$ である．

ここで，公差がそれぞれ $d_1,\ d_2$ であり，項数がいずれも 5 個である 2 つの等差数列の共分散を求めておくと

$$\frac{1}{5}\{(-2d_1)(-2d_2)+(-d_1)(-d_2)+0\cdot 0+(d_1)(d_2)+(2d_1)(2d_2)\}=2d_1d_2\cdots②$$

である．したがって，x と y のデータの共分散は $2\cdot 2\cdot 5=\mathbf{20}$ である．

(3)

$$c_n=pa_n+b_n=p(2n-1)+5n-1=(2p+5)n-p-1$$

であるから，数列 $\{c_n\}$ は公差 $2p+5$ の等差数列である．したがって，z のデータの平均値が 10 であるとき，

$$\begin{aligned}&c_{k+2}=(2p+5)(k+2)-p-1=10\\ \iff\ &2pk+3p+5k-1=0\\ \iff\ &(2p+5)(2k+3)=17\end{aligned}$$

となる．k は自然数なので $2k+3\geqq 5$ であり，17 は素数なので，

$$2p+5=1,\quad 2k+3=17$$

と決まる．これより $p=\mathbf{-2}$，$k=\mathbf{7}$ である．

(4) 数列 $\{c_n\}$ の公差が $2p+5$ であることから，z のデータの分散は ① より $2(2p+5)^2$ である．これが 1250 のとき，

$$2(2p+5)^2=1250 \iff 2p+5=\pm 25 \iff p=10,\ -15$$

となる．したがって，最大の p の値は $p=\mathbf{10}$ である．

(5) ② から，

$$\frac{s_{yz}}{s_{xz}}=\frac{2\cdot 5\cdot(2p+5)}{2\cdot 2\cdot(2p+5)}=\frac{5}{2}=\mathbf{2.5}$$

である．（p は整数なので $2p+5\fallingdotseq 0$ であることに注意しておく）

(6) x と z のデータの相関係数は

$$\frac{2\cdot 2\cdot(2p+5)}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2(2p+5)^2}}=\frac{4(2p+5)}{4|2p+5|}=\frac{2p+5}{|2p+5|}$$

であり，これが -1 になるのは $2p+5<0 \iff p<-\dfrac{5}{2}$ のときである．したがって，最大の p の値は $p=\mathbf{-3}$ である．

II　1 辺の長さが $2\sqrt{6}$ の正六角形 ABCDEF を考える。

(1)　点 P を $\triangle$ABP が正三角形となるようにとるとき，$\triangle$ABP の面積は $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　線分 AC の長さは $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3)　正六角形 ABCDEF の 6 個の頂点のうち，3 点を結んでできる三角形の総数は $\boxed{\text{オカ}}$ であり，それらの三角形のうち，面積が最大である三角形の面積は $\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4)　辺 AB, CD, EF を 2 : 1 に内分する点をそれぞれ G, H, I とするとき，$\triangle$GHI の面積は $\boxed{\text{コサ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(5)　正六角形 ABCDEF の周上の異なる 3 点 J, K, L が，JK = KL = LJ を満たしながら動くとき，$\triangle$JKL の面積の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(6)　正六角形 ABCDEF の内部に点 Q をとる。$\triangle$ABQ, $\triangle$CDQ, $\triangle$EFQ の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 3 : 4$ が成り立つとき，$S_1 = \dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

解答

解答記号	正解
ア$\sqrt{イ}$	$6\sqrt{3}$
ウ$\sqrt{エ}$	$6\sqrt{2}$
オカ	20
キク$\sqrt{ケ}$	$18\sqrt{3}$
コサ$\sqrt{シ}$	$14\sqrt{3}$
$\dfrac{\text{スセ}\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$	$\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$
$\dfrac{\text{チ}\sqrt{\text{ツ}}}{\text{テ}}$	$\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

解説

(1)　$\triangle$ABP は 1 辺の長さが $2\sqrt{6}$ の正三角形であるので，その面積は

$$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{6}\sin\frac{\pi}{3} = \mathbf{6\sqrt{3}}$$

(2)　$\triangle$ABC において余弦定理より

$$\mathrm{AC}^2 = (2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2 - 2\cdot 2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{6}\cos\frac{2}{3}\pi = 72$$

よって AC $= \mathbf{6\sqrt{2}}$ である.

(3)　三角形の総数は，6 個の頂点から異なる 3 点を選ぶ組合せに等しいので，${}_6\mathrm{C}_3 = \mathbf{20}$ 個である.
また，その 20 個の三角形の内訳は以下の通りである.

- 30°, 30°, 120° の二等辺三角形（例：$\triangle$ABC）
  このような三角形は 6 個あり，面積は $\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{6}\sin\dfrac{2}{3}\pi = 6\sqrt{3}$ である.

- 30°，60°，90° の直角三角形（例：△ABD）
  このような三角形は 12 個あり，面積は $\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot 6\sqrt{2} = 12\sqrt{3}$ である．
- 正三角形（例：△ACE）
  このような三角形は 2 個あり，面積は $\dfrac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}\cdot 6\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{3} = 18\sqrt{3}$ である．

したがって，面積が最大となる三角形の面積は $\mathbf{18\sqrt{3}}$ である．

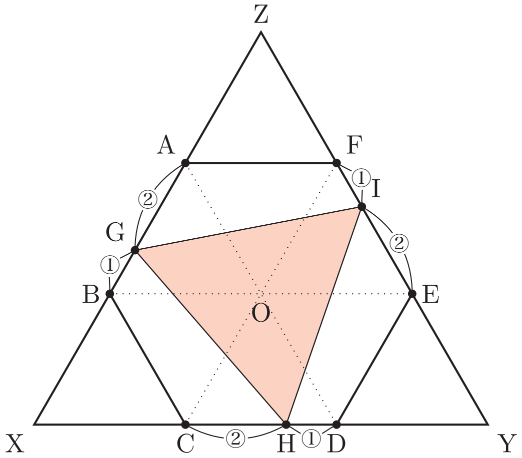
(4)　正六角形の中心を O とし，AB の中点を M とすると，

$\mathrm{OM} = 2\sqrt{6}\sin\dfrac{\pi}{3} = 3\sqrt{2}$，$\mathrm{MG} = \sqrt{6} - \dfrac{2\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

であるので，$\mathrm{OG}^2 = (3\sqrt{2})^2 + \left(\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \dfrac{56}{3}$ である．

したがって，

$$\triangle\mathrm{GHI} = 3\triangle\mathrm{OGH} = 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\mathrm{OG}^2\sin\frac{2}{3}\pi$$
$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{56}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{14\sqrt{3}}$$



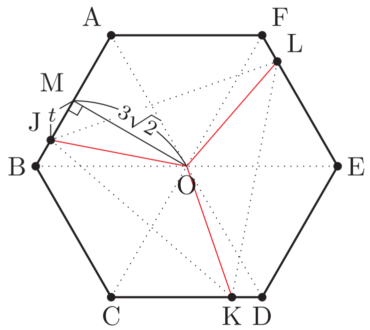
別解

図のような 正三角形 XYZ を考えると，$\mathrm{XG} = \dfrac{4}{3}\mathrm{AB} = \dfrac{8\sqrt{6}}{3}$，$\mathrm{XH} = \dfrac{5}{3}\mathrm{AB} = \dfrac{10\sqrt{6}}{3}$ であるので，

$$\triangle\mathrm{GHI} = \triangle\mathrm{XYZ} - (\triangle\mathrm{XGH} + \triangle\mathrm{YHI} + \triangle\mathrm{ZIG}) = \triangle\mathrm{XYZ} - 3\triangle\mathrm{XGH}$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{XY}^2\sin\frac{\pi}{3} - 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\mathrm{XG}\cdot\mathrm{XH}\sin\frac{\pi}{3}$$
$$= \frac{1}{2}(6\sqrt{6})^2\sin\frac{\pi}{3} - \frac{3}{2}\cdot\frac{8\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{10\sqrt{6}}{3}\sin\frac{\pi}{3} = \mathbf{14\sqrt{3}}$$

(5)　J が AB 上にあるとしても一般性を失わない．このとき明らかに △JKL の重心は O である（厳密な議論は下の注釈を参照のこと）．$\mathrm{JM} = t$ とおくと，$\mathrm{OJ}^2 = (3\sqrt{2})^2 + t^2 = t^2 + 18$ であるので，(4) と同様に考えて

$$\triangle\mathrm{JKL} = 3\triangle\mathrm{OJK} = 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\mathrm{OJ}^2\sin\frac{2}{3}\pi = \frac{3\sqrt{3}}{4}(t^2+18)$$



よって $t = 0$ のとき，面積は最小値 $\mathbf{\dfrac{27\sqrt{3}}{2}}$ となる．

注釈

正三角形 JKL の重心が O であることは以下のような議論からわかる．

まず，J, K, L のうちの 2 点が，六角形の隣り合う辺上にあるとしよう．

(i)　J が AB 上，K が BC 上，L が CD 上 にある場合，明らかに $\mathrm{JL} > \mathrm{JK}$ または $\mathrm{JL} > \mathrm{KL}$ が成り立つので条件を満たさない．

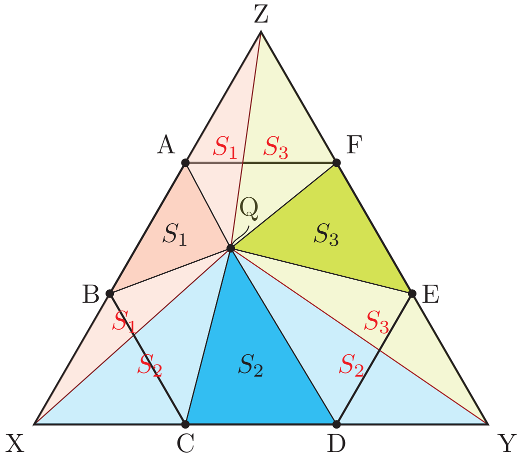
(ii)　J が AB 上，K が BC 上，L が DE 上 にある場合，$\mathrm{JK} \leqq \mathrm{AC}$, $\mathrm{JL} \geqq \mathrm{BD}$ なので，$\mathrm{JK} = \mathrm{JL}$ が成立するためには J が A に，K が C に，L が E に一致するしかない．しかしこの場合 $\triangle\mathrm{JKL} = \triangle\mathrm{ACE}$ は明らかに面積の最小値を実現しない．

したがって，対称性も考慮すると，J が AB 上，K が CD 上，L が EF 上にある場合を考えればよいことになる．

△JKL が正三角形なので $\angle\mathrm{LJK} = \angle\mathrm{JKL} = \angle\mathrm{KLJ} = \dfrac{\pi}{3}$ である．$\angle\mathrm{XJK} = \theta$ とすると，$\angle\mathrm{XKJ} = \dfrac{2\pi}{3} - \theta$，

$\angle\mathrm{YKL}=\theta,\ \angle\mathrm{YLK}=\dfrac{2\pi}{3}-\theta,\ \angle\mathrm{ZLJ}=\theta,\ \angle\mathrm{ZJL}=\dfrac{2\pi}{3}-\theta$ がわかり，$\mathrm{JK}=\mathrm{KL}=\mathrm{LJ}$ と合わせて $\triangle\mathrm{XJK}$, $\triangle\mathrm{YKL}$, $\triangle\mathrm{ZLJ}$ がすべて合同であることになる．特に $\mathrm{XJ}=\mathrm{YK}=\mathrm{ZL}$ も成り立ち，$\triangle\mathrm{JKL}$ の重心は O でなければならない．

(6)　図のように線分 QX，QY，QZ を引くと，



$$\triangle\mathrm{QAB}=\triangle\mathrm{QAZ}=\triangle\mathrm{QBX}=S_1$$

$$\triangle\mathrm{QCD}=\triangle\mathrm{QCX}=\triangle\mathrm{QDY}=S_2$$

$$\triangle\mathrm{QEF}=\triangle\mathrm{QEY}=\triangle\mathrm{QFZ}=S_3$$

であるので，

$$\triangle\mathrm{XYZ}=3(S_1+S_2+S_3)\iff\frac{1}{2}(6\sqrt{6})^2\sin\frac{\pi}{3}=3(S_1+3S_1+4S_1)$$

これを解いて，$S_1=\boldsymbol{\dfrac{9\sqrt{3}}{4}}$ となる．

III p を正の実数とする。O を原点とする座標平面において，放物線 $C : y = x^2$ と直線 $x = p$ の交点を P とする。点 P における C の接線を ℓ とし，直線 $x = p$ と ℓ のなす角を θ とする。ただし，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。P を通る直線のうち，ℓ と θ の角をなし，直線 $x = p$ でないものを m とする。

(1) $p = 1$ とする。

(i) ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{ア}}\,x - \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) C, ℓ, y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(iii) $\tan\theta = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(iv) m の傾きと一致するものを，次の ①〜⑥ のうちから 1 つ選ぶと $\boxed{\text{キ}}$ である。

① $\cos 2\theta$　② $\sin 2\theta$　③ $\tan 2\theta$　④ $\dfrac{1}{\cos 2\theta}$　⑤ $\dfrac{1}{\sin 2\theta}$　⑥ $\dfrac{1}{\tan 2\theta}$

(2) m の傾きを p を用いて表すと，$\dfrac{\boxed{\text{ク}}\,p^2 - 1}{\boxed{\text{ケ}}\,p}$ である。

(3) m が p の値に関係なく通る定点の座標は $\left(\boxed{\text{コ}},\ \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)$ である。

(4) p が正の実数を動くとき，C と m で囲まれた図形の面積 S の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であり，S が最小となる p の値は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

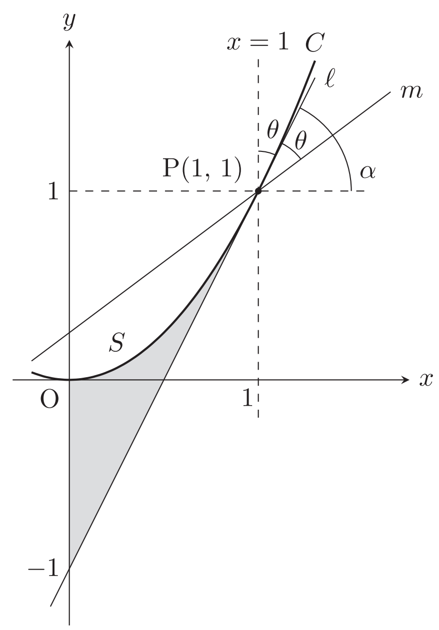
(5) 線分 OP を $1:2$ に内分する点を，x 軸方向に -2，y 軸方向に -4 だけ移動した点を Q とし，直線 PQ が p の値に関係なく通る定点を R とする。R の座標は $\left(\boxed{\text{チツ}},\ \boxed{\text{テト}}\right)$ であり，$\dfrac{\text{RQ}}{\text{RP}} = \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

解答

解答記号	正解
ア x − イ	$2x - 1$
$\dfrac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\dfrac{1}{3}$
$\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\dfrac{1}{2}$
キ	⑥
$\dfrac{\text{ク}\,p^2 - 1}{\text{ケ}\,p}$	$\dfrac{4p^2 - 1}{4p}$

解答記号	正解
$\left(\text{コ},\ \dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}\right)$	$\left(0,\ \dfrac{1}{4}\right)$
$\dfrac{\text{ス}}{\text{セ}}$	$\dfrac{1}{6}$
$\dfrac{\text{ソ}}{\text{タ}}$	$\dfrac{1}{2}$
(チツ，テト)	$(-3,\ -6)$
$\dfrac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$	$\dfrac{1}{3}$

解説



(1) $p=1$ のとき $\mathrm{P}(1,1)$ である．

(i) $y=x^2$ より $y'=2x$ であるから，点 P における接線の傾きは 2 であることがわかるので，求める接線の方程式は $y=\mathbf{2}x-\mathbf{1}$ である．

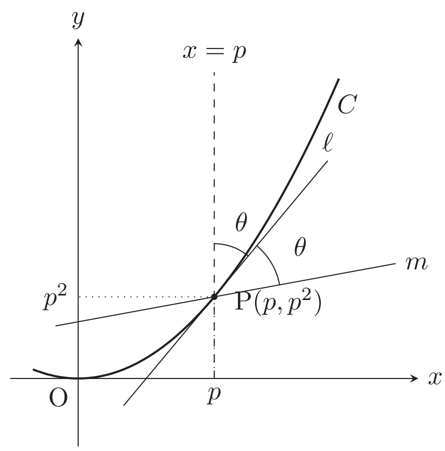
(ii) C, ℓ, y 軸で囲まれた図形の面積は

$$\int_0^1 \{x^2-(2x-1)\}\,dx=\int_0^1 (x-1)^2\,dx=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

である．

(iii) x 軸と直線 ℓ のなす角の大きさを α $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とすると，$\tan\alpha=2$ であるから，$\tan\theta=\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\dfrac{1}{\tan\alpha}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ である．

(iv) m の傾きは $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-2\theta\right)=\dfrac{1}{\tan 2\theta}$ より ⑥ である．



(2) $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=2p \iff \tan\theta=\dfrac{1}{2p}$ であるから直線 m の傾きは

$$\begin{aligned}\frac{1}{\tan 2\theta}&=\frac{1-\tan^2\theta}{2\tan\theta}\\&=\frac{\mathbf{4}p^2-\mathbf{1}}{\mathbf{4}p}\end{aligned}$$

である．

(3) 直線 m の方程式は $y=\dfrac{4p^2-1}{4p}(x-p)+p^2 \iff 4xp^2+(1-4y)p-x=0$ である．これが p の値に関係なく成り立つためには，$x=0$ かつ $1-4y=0$ でなければならない．これより $(x,\ y)=\left(0,\ \dfrac{1}{4}\right)$ となるので，求める定点の座標は $\left(\mathbf{0},\ \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)$ である．

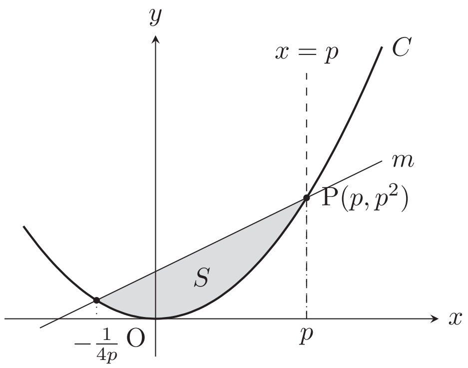
注釈

この定点 $\left(0,\ \dfrac{1}{4}\right)$ は，放物線 $y=x^2$ の焦点の座標である．

(4) (3) より $m:y=\dfrac{4p^2-1}{4p}x+\dfrac{1}{4}$ とおける．このとき，放物線 C と直線 m との交点の x 座標は $x^2=\dfrac{4p^2-1}{4p}x+\dfrac{1}{4} \iff (4px+1)(x-p)=0$ より $x=-\dfrac{1}{4p}$, p である．$p>0$ であるので，相加平均・相乗平均の関係を用いると，

$$\begin{aligned}S&=\int_{-\frac{1}{4p}}^{p}\left\{\left(\frac{4p^2-1}{4p}x+\frac{1}{4}\right)-x^2\right\}dx\\&=\frac{1}{6}\left(p+\frac{1}{4p}\right)^3 \geqq \frac{1}{6}\left(2\sqrt{p\cdot\frac{1}{4p}}\right)^3=\frac{1}{6}\end{aligned}$$

となる．ここで，等号は $p=\dfrac{1}{4p}$ すなわち $p=\pm\dfrac{1}{2}$ のとき成立する．$p>0$ を考慮すると， $p=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$ のとき最小値 $\mathbf{\dfrac{1}{6}}$ をとる．



(5)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(p,\ p^2)$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\left(\dfrac{1}{3}p-2,\ \dfrac{1}{3}p^2-4\right)$ であるから，直線 PQ の方程式は

$$
\begin{aligned}
&y=\frac{p^2-\left(\dfrac{1}{3}p^2-4\right)}{p-\left(\dfrac{1}{3}p-2\right)}(x-p)+p^2\\
&\Longleftrightarrow y=\frac{p^2+6}{p+3}(x-p)+p^2\\
&\Longleftrightarrow (x+3)p^2-(y+6)p+(6x-3y)=0
\end{aligned}
$$

これが p の値に関係なく成り立つためには， $x+3=0$ かつ $y+6=0$ かつ $6x-3y=0$ でなければならない．これより $(x,\ y)=(-3,\ -6)$ となるので，求める定点 R の座標は $(\mathbf{-3},\ \mathbf{-6})$ である．また，3 点 P, Q, R は同一直線上にあるので，

$$
\frac{\mathrm{RQ}}{\mathrm{RP}}=\frac{|\mathrm{Q}\text{ の }x\text{ 座標}-\mathrm{R}\text{ の }x\text{ 座標}\,|}{|\mathrm{P}\text{ の }x\text{ 座標}-\mathrm{R}\text{ の }x\text{ 座標}\,|}=\frac{\left|\left(\dfrac{p}{3}-2\right)-(-3)\right|}{|p-(-3)|}=\mathbf{\frac{1}{3}}
$$

講評

Ⅰ［データの分析］（やや難）

3 つの等差数列について，平均，共分散，相関係数などを求めていく問題．ここに載せた解答のようにまず一般の等差数列について分散や共分散をその公差で表すと簡潔になるが，限られた時間の中ではなかなか一般化は難しいだろう．計算力が重要となりそうである．マークシートで部分点がないだけに，この大問で高得点をとるのは難しかったかもしれない．

Ⅱ［図形と計量］（やや難）

正六角形について，その周上にとった 3 点を頂点とする三角形などの面積について考える問題．方針を柔軟に考える必要があり，差がつきそうである．(5), (6) は，厳密な根拠がわからなくても，答の見当をつけたいところであった．

Ⅲ［三角関数，数学Ⅱの微積分，図形と方程式］（標準）

放物線の有名性質を題材とした問題であった．2 直線のなす角を θ として，傾きと $\tan\theta$ の関係について考えるのは定番であるから，落ち着いて処理したい．この問題は何とか完答したいところである．

今年度も引き続き他学部と共通のマークシート形式であった．2025 年度前期より解きやすい問題が多いが，作業量は多く，高得点をとるのは簡単ではないだろう．大問Ⅰ (1)〜(4)，Ⅱ (1)〜(3)，Ⅲ (1)〜(4) を確実にとり，それ以外でもいくつか正解がほしい．目標は 70%．