医学部進学予備校 メビオ × 医学部専門予備校 YMS 英進館メビオ 福岡校

解答速報

愛知医科大学　数学

2026年 1月 20日実施

（注）以下は，受験生の聞き取りに基づいた問題の再現と，それに対する解答であるため，実際の入試問題とは相違を含む可能性があります。

I　次の 1)〜3) の設問に対して，答えのみを解答欄に記入せよ。

1)　$BC=5,\ CA=6,\ AB=7$ の三角形 ABC がある。

(a)　三角形 ABC の面積を求めよ。

(b)　内接円の半径を求めよ。

(c)　$\angle B,\ \angle C$ の外角の二等分線の交点を中心とする円のうち，直線 BC に接するものの半径を求めよ。

2)　数列 $\{a_n\}$ は $a_1=\dfrac{1}{12}$，$\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=6(n+1)(n+2)$ を満たすとする。

(a)　a_2，a_3 を求めよ。

(b)　$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とするとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(c)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

3)　k を実数の定数とする。$x>0$ で定義された関数 $f(x)=e^{kx}\sin x$ は，$x=\dfrac{\pi}{4}$ で極大値をもつとする。

(a)　$f'(x)$ を求めよ。

(b)　k の値を求めよ。

(c)　極大値を与える x 座標を小さい順に $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$ とする。数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(d)　$a_n=f(x_n)$ とするとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ を求めよ。

解答

1)　(a) $6\sqrt{6}$　(b) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　(c) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

2)　(a) $a_2=\dfrac{1}{48}$，$a_3=\dfrac{1}{120}$　(b) $b_n=2n(n+1)(n+2)$　(c) $S_n=\dfrac{n(n+3)}{8(n+1)(n+2)}$

3)　(a) $f'(x)=e^{kx}(k\sin x+\cos x)$　(b) $k=-1$　(c) $x_n=\dfrac{\pi}{4}+2(n-1)\pi$　(d) $\dfrac{e^{-\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}(1-e^{-2\pi})}$

解説

1) (a)　ヘロンの公式を用いる．

$$s=\frac{5+6+7}{2}=9$$

求める面積 S は

$$\begin{aligned}S &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\\ &= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}\\ &= \sqrt{9\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\\ &= \mathbf{6\sqrt{6}}\end{aligned}$$

(b)　内接円の半径を r とすると，三角形の面積 S との関係式 $S=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$ が成り立つことより

$$6\sqrt{6}=\frac{1}{2}r(5+6+7) \iff r=\frac{6\sqrt{6}}{9}=\mathbf{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

(c)　問題文にある「$\angle$B, $\angle$C の外角の二等分線と $\angle$A の内角の二等分線の交点」とは，傍心（辺 BC 側の傍心）である．この円の半径は傍接円の半径 r_a とすると，傍接円の半径 r_a と面積 S の間には，関係式 $S=\dfrac{1}{2}r_a(b+c-a)$ が成り立つことより

$$6\sqrt{6}=\frac{1}{2}r_a(6+7-5) \iff r_a=\frac{6\sqrt{6}}{4}=\mathbf{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$$

$\boxed{\text{注釈}}$

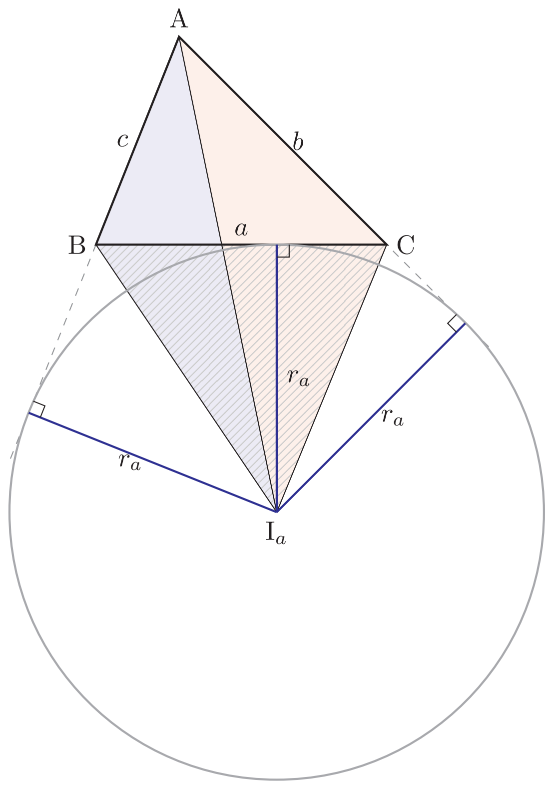
三角形 ABC において，BC $=a$, AC $=b$, AB $=c$ とし，面積を S とする．辺 BC 側の傍心を I_a，傍接円の半径を r_a とするとき，以下が成り立つ．

$$S=\frac{1}{2}r_a(b+c-a)$$

これは以下のように証明できる（内接円の半径に関する公式 $S=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$ を導出する方法と同様である）．

三角形 ABC の面積 S は，傍心 I_a を頂点とする 3 つの三角形 $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{CA}$, $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB}$, $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$ の面積を用いて次のように表すことができる．

$$S=\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{CA}+\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB}-\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$$



傍心 I_a から各辺（またはその延長線）に下ろした垂線の長さは，すべて傍接円の半径 r_a に等しい．これらを各三角形の高さと考えると，それぞれの面積は以下のように表される．

- $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{CA}$ の面積：$\dfrac{1}{2}\cdot b\cdot r_a$
- $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{AB}$ の面積：$\dfrac{1}{2}\cdot c\cdot r_a$
- $\triangle\mathrm{I}_a\mathrm{BC}$ の面積：$\dfrac{1}{2}\cdot a\cdot r_a$

これらを面積の式に代入すると，

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2}br_a+\frac{1}{2}cr_a-\frac{1}{2}ar_a\\ &= \frac{1}{2}r_a(b+c-a)\end{aligned}$$

が成り立つ．

$\boxed{\text{注釈}}$

A，I_a から辺 BC に下ろした垂線の足をそれぞれ D，E とし，線分 AI_a と辺 BC の交点を F として，△ADF と △I_aEF の相似を用いて，傍接円の半径を求めてもよい．傍接円と接線に関する性質から BE$=2$，CE$=3$ を求めれば，あとは容易だろう．

2) (a) $\boldsymbol{a_2 = \dfrac{1}{48}}$，$\boldsymbol{a_3 = \dfrac{1}{120}}$

(b) $b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおくと，漸化式は $b_{n+1} - b_n = 6(n+1)(n+2)$ より，$n \geqq 2$ のとき

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 6(k+1)(k+2)$$

ここで，$b_1 = \dfrac{1}{a_1} = 12$ である．また，$(k+1)(k+2) = k^2 + 3k + 2$ より，

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n-1} 6(k^2+3k+2) &= 6\left\{\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) + 3\cdot\frac{1}{2}(n-1)n + 2(n-1)\right\} \\ &= (n-1)n(2n-1) + 9n(n-1) + 12(n-1) \\ &= 2(n-1)(n^2+4n+6)\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}b_n &= 12 + 2(n-1)(n^2+4n+6) \\ &= 2n(n+1)(n+2)\end{aligned}$$

これは $n=1$ のときも成立するので，$\boldsymbol{b_n = 2n(n+1)(n+2)}$ である．

(c) (b) より，$a_n = \dfrac{1}{b_n} = \dfrac{1}{2n(n+1)(n+2)}$ である．

$$a_n = \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}$$

したがって，求める和 S_n は，

$$\begin{aligned}S_n &= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right\} \\ &= \frac{1}{4}\left\{\left(\frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3}\right) + \left(\frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\} \\ &= \boldsymbol{\frac{n(n+3)}{8(n+1)(n+2)}}\end{aligned}$$

3) (a)

$$\begin{aligned}f(x) &= e^{kx}\sin x \\ f'(x) &= (e^{kx})'\sin x + e^{kx}(\sin x)' \\ &= ke^{kx}\sin x + e^{kx}\cos x \\ &= \boldsymbol{e^{kx}(k\sin x + \cos x)}\end{aligned}$$

(b)　$x=\dfrac{\pi}{4}$ で極大となるため，$f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ が成り立つ．

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=e^{k\cdot\frac{\pi}{4}}\left(k\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$e^{k\cdot\frac{\pi}{4}}>0$ であるから，

$$k\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}=0 \iff \boldsymbol{k=-1}$$

$f'(x)=e^{-x}(\cos x-\sin x)$ であるから，$f'(x)$ は $x=\dfrac{\pi}{4}$ の前後で符号が正から負に変化するので確かに $x=\dfrac{\pi}{4}$ で極大値をもつ．

$\boxed{\text{注釈}}$

$f'(x)=e^{-x}(\cos x-\sin x)=\sqrt{2}e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)$ と合成して符号変化を調べることもできる．

(c)　$f'(x)=\sqrt{2}e^{-x}\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)$ である．

したがって，$f(x)$ の増減を考えると極大値を与える x は 2π ごとに現れる．
これを小さい順に並べると

$$x_1=\frac{\pi}{4},\quad x_2=\frac{\pi}{4}+2\pi,\quad x_3=\frac{\pi}{4}+4\pi,\ \cdots$$

となり，公差 2π の等差数列となるので

$$\boldsymbol{x_n=\frac{\pi}{4}+2(n-1)\pi}$$

(d)　まず一般項 $a_n=f(x_n)$ を求める．

$\sin x_n$ は常に $\sin\left\{\dfrac{\pi}{4}+2(n-1)\pi\right\}=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ である．

$$\begin{aligned}a_n&=e^{-x_n}\sin x_n=e^{-\left\{\frac{\pi}{4}+2(n-1)\pi\right\}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\\&=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}\cdot(e^{-2\pi})^{n-1}\end{aligned}$$

これは，初項 $a_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}$，公比 $r=e^{-2\pi}$ の等比数列であり，$|e^{-2\pi}|<1$ であるため，この無限級数は収束する．

よって

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}}{1-e^{-2\pi}}=\boldsymbol{\frac{e^{-\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}(1-e^{-2\pi})}}$$

II　関数 $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 1,\ y = m^2\ (0 < m < 1)$ を考える。

1)　$f(x)$ の増減を調べ，グラフを描け。

2)　曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = m^2$ のグラフの交点の x 座標を小さい順に求めよ。

3)　曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = m^2$ で囲まれた部分のうち，$y \leqq m^2$ の部分の面積を S_1，$y \geqq m^2$ の部分の面積を S_2 とする。$S_1 = S_2$ となる m の値を求めよ。

$\boxed{\text{解答}}$

1)　$f(x)$ を微分すると，

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x+1)(x-1)$$

$f'(x) = 0$ となる x は， $x = -1,\ 0,\ 1$ である．増減表は以下の通りとなる．

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$

また，$f(x) = (x^2 - 1)^2$ と変形でき，$f(-x) = f(x)$ よりグラフは y 軸対称である．

- 極大値：$f(0) = 1$
- 極小値：$f(\pm 1) = 0$

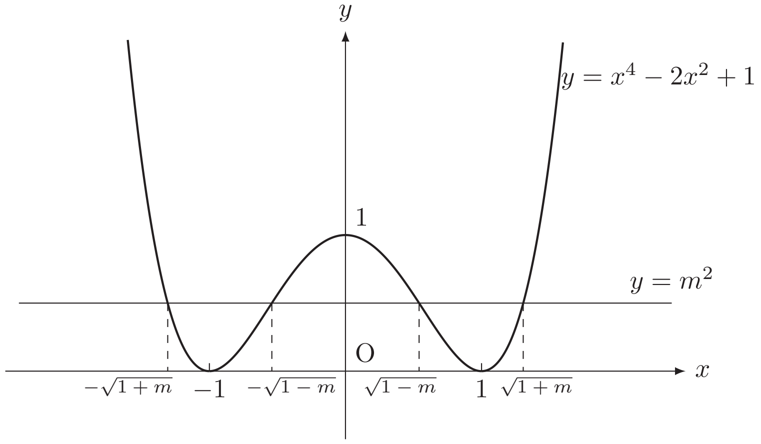
グラフは，$(\pm 1,\ 0)$ で x 軸に接し，$(0,\ 1)$ を頂点とする W 字型の曲線となる．（ここでは図を略す．2) を参照のこと）

2)　交点の x 座標 $f(x) = m^2$ より，

$$(x^2 - 1)^2 = m^2 \iff \iff x^2 - 1 = \pm m \iff x^2 = 1 \pm m$$

$0 < m < 1$ より，$1 + m > 1 - m > 0$ である．したがって，交点の x 座標を小さい順に並べると以下の通りとなる．

$$x = -\sqrt{1+m}, \quad -\sqrt{1-m}, \quad \sqrt{1-m}, \quad \sqrt{1+m}$$



3)　グラフの対称性（偶関数）より，$x \geqq 0$ の範囲で考える．$x_1 = \sqrt{1-m},\ x_2 = \sqrt{1+m}$ とおく．$y \leqq m^2$ の面

積 S_1 と $y \geqq m^2$ の面積 S_2 が等しくなる条件は，区間 $[0,\ x_2]$ における定積分が 0 となることである．

$$\int_0^{\sqrt{1+m}} (f(x) - m^2)dx = 0$$

$$\int_0^{\sqrt{1+m}} (x^4 - 2x^2 + 1 - m^2)dx = 0$$

積分を実行すると，

$$\left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + (1 - m^2)x\right]_0^{\sqrt{1+m}} = 0$$

$x = \sqrt{1+m}$ を代入し，$\sqrt{1+m} \fallingdotseq 0$ で割ると，

$$\frac{1}{5}(1+m)^2 - \frac{2}{3}(1+m) + (1-m^2) = 0$$

これを整理して

$$(3m-2)(m+1) = 0 \iff m = \frac{2}{3},\ -1$$

となる．$0 < m < 1$ より，$m = \boldsymbol{\frac{2}{3}}$ である．

III　数直線上にある動点 P は原点 O を出発し，さいころの出た目が 3 の倍数のときは $+1$ だけ進み，3 の倍数以外のときはその場にとどまる。これを繰り返し，3 の倍数以外の目が 2 回連続で出たら試行は終了する。試行が終了したとき，動点 P の座標が n である確率を p_n とする。

1)　p_1，p_2 を求めよ。
2)　p_n を p_{n-1} を用いて表せ。
3)　$|p_n - p_{n-1}| < 10^{-10}$ となる最小の自然数 n を求めよ。ただし，必要であれば $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてよい。

解答

事象 F : 3 の倍数の目が出て，数直線上で $+1$ 進む.
事象 S : 3 の倍数以外の目が出て，数直線上で同じ位置に留まる.

とする.（F: Forward, S: Stay）
また，2 つの事象 A と B がこの順で連続して起こる事象を AB と表し，A が起こる確率を $P(A)$ と表す.

$$P(F) = \frac{1}{3},\quad P(S) = \frac{2}{3},\quad P(SF) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9},\quad P(SS) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

である.
$x = 0$ から出発して $x = n$ に達する確率を q_n と定義する（ここで「達する」とは，その直前の事象が F であり S ではないことを意味する）.

1)　p_1 は，$x = 1$ まで達した上で，その直後に SS が起こる確率である．よって，

$$p_1 = q_1 \times P(SS)$$

ここで，

$$q_1 = P(F) + P(SF) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

であるから，

$$p_1 = \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \boldsymbol{\frac{20}{81}}$$

p_2 は，$x = 2$ まで達した上で，その直後に SS が起こる確率である．よって，

$$p_2 = q_2 \times P(SS)$$

ここで q_2 は，q_1 の状態からさらに $+1$ 進んで試行が続く確率であるから，

$$q_2 = q_1 \times \{P(F) + P(SF)\} = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$$

よって，

$$p_2 = \frac{25}{81} \times \frac{4}{9} = \boldsymbol{\frac{100}{729}}$$

2)　p_n は，$x = n$ まで達した上で，その直後に SS が起こる確率である．よって，

$$p_n = q_n \times P(SS) \cdots ①$$

であり，これより $p_{n-1} = q_{n-1} \times P(SS) \cdots ①'$ もわかる．また，

$$q_n = q_{n-1} \times \{P(F) + P(SF)\}$$

であり，この両辺に $P(SS)$ を掛けて，①，①$'$ および $P(F)+P(SF)=\dfrac{5}{9}$ を用いれば

$$q_n \times P(SS) = q_{n-1} \times P(SS) \times \{P(F)+P(SF)\} \iff p_n = p_{n-1} \times \frac{5}{9}$$

よって $\boldsymbol{p_n = \dfrac{5}{9}p_{n-1}}$ である．

$\boxed{\text{別解}}$

p_{n-1} は，「$x=0$ に P があり，その直後に S が起きても P が止まらない状態であるとき，その後の試行によって P が $n-1$ だけ動いて $x=n-1$ で止まる確率」である．

同様に，「$x=1$ に P があり，その直後に S が起きても P が止まらない状態であるとき，その後の試行によって P が $n-1$ だけ動いて $x=1+(n-1)=n$ で止まる確率」も p_{n-1} である．

以上から，$p_n = q_1 \times p_{n-1}$ より $\boldsymbol{p_n = \dfrac{5}{9}p_{n-1}}$ である．

3)　2) より $p_n = p_0 \cdot \left(\dfrac{5}{9}\right)^n$ である．$p_0 = P(SS) = \dfrac{4}{9}$ なので $p_n = \dfrac{4}{9}\left(\dfrac{5}{9}\right)^n$ となる．よって

$$|p_n - p_{n-1}| = \left|\frac{5}{9}p_{n-1} - p_{n-1}\right| = \frac{4}{9}p_{n-1} = \frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9}\left(\frac{5}{9}\right)^{n-1} = \frac{16}{81}\left(\frac{5}{9}\right)^{n-1}$$

となるので，題意から

$$\frac{16}{81}\left(\frac{5}{9}\right)^{n-1} < 10^{-10} \iff \frac{81}{16}\left(\frac{9}{5}\right)^{n-1} > 10^{10}$$

常用対数をとると，

$$\begin{aligned} &\log_{10}\frac{81}{16} + (n-1)\log_{10}\frac{9}{5} > 10 \\ \iff &(4\log_{10}3 - 4\log_{10}2) + (n-1)(2\log_{10}3 + \log_{10}2 - \log_{10}10) > 10 \end{aligned}$$

数値を代入すると，

$$\begin{aligned} &0.7044 + (n-1)\times 0.2552 > 10 \\ \iff &(n-1)\times 0.2552 > 9.2956 \\ \iff &n > 1 + \frac{9.2956}{0.2552} = 37.42... \end{aligned}$$

よって最小の自然数 n は $\boldsymbol{n = 38}$ である．

講評

Ⅰ［小問集合］（標準）

1) は三角形の問題であり，面積や内接円の半径は落とせない．傍接円の半径の求め方を知っていたかどうかで差はつきそうである．2) は階差数列を用いるタイプの漸化式であり，ここは完答しておきたい．3) はⅢの微分の問題であり，典型的な無限級数の問題であるので，計算ミスによる取りこぼしは避けたい内容である．

Ⅱ [4 次関数と面積］（標準）

4 次関数のグラフと面積に関する問題であった．(3) では y 軸対称性を利用して，$[0,\ \sqrt{1+m}]$ における定積分が 0 になるという条件から m を導出できたかがポイントである．計算過程で現れる 2 次方程式の処理さえ誤らなければ完答が狙えるため，確実に得点源にしたい大問である．

Ⅲ［確率と数列］（やや難）

条件付きの試行と確率の漸化式に関する問題であった．試行終了の条件を正しく捉え，p_n と p_{n-1} の関係式を立式する過程で差がついただろう．(3) の常用対数を用いた n の決定は計算量が多いが，与えられた数値を正確に代入して確実に正解に辿り着きたい．

2025 年度と比較すると，出題形式の変化は特になく，難易度も横ばいである．大問Ⅰの 1) 傍心と 3) 減衰曲線，および大問 3 の 2) の漸化式でどれだけ立ち回れたかが重要となりそうである．目標は 70%.