

## 近畿大学医学部(推薦) 数学

2024年11月17日実施

I

- (1)  $0 < \theta < \pi$  で  $3\sin\theta + \cos\theta = 1$  のとき、

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \sin 2\theta = \frac{\boxed{\text{ウエオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}, \tan\theta = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

- (2) 袋の中に赤玉が4個と白玉が4個入っている。袋から玉を1個ずつ取り出し、左から右へ横1列に8個並べる。

- (i) 赤玉と赤玉が隣り合わない確率は  $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$  である。

- (ii) 赤玉がちょうど3個続いて並ぶ確率は  $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である。

- (iii) 赤玉がちょうど2個続いて並ぶ箇所が1箇所だけある確率は  $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。

- (3) (i)  $a_1, a_2, a_3$  を正の数とする。 $(a_1 + 2a_2 + 3a_3) \left( \frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} \right)$  の最小値は  $\boxed{\text{ツテ}}$  である。

- (ii)  $a_1, a_2, \dots, a_n$  を  $n$  個の正の数とする。 $\left( \sum_{k=1}^n ka_k \right) \left( \sum_{k=1}^n \frac{k}{a_k} \right)$  の最小値が2025となるのは  $n = \boxed{\text{ト}}$  のときである。

解答

解答記号	正解
ア	$\frac{3}{5}$
イ	$\frac{3}{5}$
ウエオ	$-\frac{24}{25}$
カキ	$\frac{24}{25}$
クケ	$-\frac{3}{4}$
コ	$\frac{3}{4}$
サ	$\frac{1}{14}$
シス	$\frac{1}{14}$
セ	$\frac{2}{7}$
ソ	$\frac{2}{7}$
タ	$\frac{3}{7}$
チ	$\frac{3}{7}$
ツテ	36
ト	9

解説

(1)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  に条件から得られた  $\cos \theta = 1 - 3 \sin \theta \cdots \textcircled{1}$  を代入することにより,

$$\sin^2 \theta + (1 - 3 \sin \theta)^2 = 1 \iff 10 \sin^2 \theta - 6 \sin \theta = 0 \iff \sin \theta = 0, \frac{3}{5}$$

$0 < \theta < \pi$  であることから  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ .

また,  $\textcircled{1}$  から  $\cos \theta = 1 - 3 \cdot \frac{3}{5} = -\frac{4}{5}$  であるので,

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

(2) 全事象は  $\frac{8!}{4!4!} = {}_8C_4$  通りである.

(i) 赤玉と赤玉が隣り合わないのは, 白玉 4 個を並べて, その隙間と両端 5 箇所に残りの赤玉 4 個をそれぞれ並べればよい. したがって求める確率は

$$\frac{{}_5C_4}{{}_8C_4} = \frac{1}{14}$$

(ii) 赤玉がちょうど 3 個続いて並ぶのは, 白玉 4 個を並べて, その隙間と両端 5 箇所に赤玉 3 個セットと赤玉 1 個をそれぞれ並べればよい. したがって求める確率は

$$\frac{{}_5P_2}{{}_8C_4} = \frac{2}{7}$$

(iii) 赤玉がちょうど 2 個続いて並ぶ箇所が 1 箇所だけであるのは, 白玉 4 個を並べて, その隙間と両端 5 箇所に赤玉 2 個セットと残った赤玉 1 個ずつをそれぞれ並べればよい. したがって求める確率は

$$\frac{{}_5C_1 \cdot {}_4C_2}{{}_8C_4} = \frac{3}{7}$$

(3) (i)  $a_1, a_2, a_3$  はすべて正であることに注意しておく.

$$\begin{aligned} & (a_1 + 2a_2 + 3a_3) \left( \frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} \right) \\ &= 1 + \frac{2a_1}{a_2} + \frac{3a_1}{a_3} + \frac{2a_2}{a_1} + 4 + \frac{6a_2}{a_3} + \frac{3a_3}{a_1} + \frac{6a_3}{a_2} + 9 \\ &= 14 + 2 \left( \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} \right) + 3 \left( \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_3}{a_1} \right) + 6 \left( \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_2} \right) \end{aligned}$$

ここで, (相加平均)  $\geq$  (相乗平均) より,

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} \geq 2\sqrt{\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2}{a_1}} = 2$$

が成り立つ. 等号は

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_1} = 1$$

すなわち

$$a_1 = a_2$$

のとき成り立つので, このとき  $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_1}$  の最小値は 2 である.

同様に考えると,

$$a_1 = a_3 \text{ のとき } \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_3}{a_1} \text{ の最小値は } 2$$

$$a_2 = a_3 \text{ のとき } \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_2} \text{ の最小値は } 2$$

となるので, 与式は  $a_1 = a_2 = a_3$  のとき最小値,

$$14 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = \mathbf{36}$$

をとる.

(ii)  $a_1, a_2, \dots, a_n$  はすべて正であることに注意しておく. (i) と同様に考えると,

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=1}^n ka_k \right) \left( \sum_{k=1}^n \frac{k}{a_k} \right) \\ &= 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} ij \left( \frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i} \right) \end{aligned}$$

となるが, 各  $\frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i}$  は  $a_i = a_j$  のとき最小値 2 となるので, 与式は  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$  のとき最小値

$$\begin{aligned} & 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} 2ij = (1 + 2 + \dots + n)^2 \\ &= \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \end{aligned}$$

をとる.  $2025 = 45^2$  より,  $\frac{1}{2}n(n+1) = 45$ , すなわち,  $n = \mathbf{9}$  である.

**別解**

コーシー・シュワルツの不等式

$$(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2) \geq (x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n)^2$$

等号成立は  $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n}$  のとき

より,

$$\begin{aligned} & (a_1 + 2a_2 + \dots + na_n) \left( \frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{n}{a_n} \right) \\ & \geq \left( \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{\frac{1}{a_1}} + \sqrt{2a_2} \cdot \sqrt{\frac{2}{a_2}} + \dots + \sqrt{na_n} \cdot \sqrt{\frac{n}{a_n}} \right)^2 \\ & = (1 + 2 + \dots + n)^2 \\ & = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \end{aligned}$$

が成り立つ。等号成立は、 $a_1 = a_2 = \dots = a_n$  のときなので、このとき、与式は最小値  $\left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$  をとる。(以下略)

II 数学の小テストを 3 回行った。点数は 0 点以上 10 点以下の整数である。

(1) 下の表は A から J の生徒 10 人に対して実施された 1 回目のテストのデータである。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
点数	9	6	1	10	8	5	7	2	$i$	$j$

この 10 人の点数の平均値は 6 点、分散は 9 であった。ただし、I の点数  $i$  は J の点数  $j$  より高かった。A から H の生徒 8 人の点数の平均値は  点であり、分散は  である。 $i =$  ,  $j =$   である。1 回目のテストのデータの第 1 四分位数は  点、中央値は  .  点、第 3 四分位数は  点である。

(2) 下の表は A から J の生徒 10 人に対して実施された 2 回目のテストのデータである。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
点数	9	$b$	$c$	7	8	9	7	$h$	7	7

この 10 人の点数の平均値は 7 点、分散は 2 で、B の点数  $b$  と H の点数  $h$  は同じであった。 $b =$  , C の点数  $c$  は  $c =$   である。

(3) 3 回目のテストでは、A から J の生徒に加え、K と L の生徒 2 人が受験した。下の表は 3 回目のテストのデータである。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
点数	2	4	8	4	7	7	4	5	4	5	$k$	$l$

C から L の生徒 10 人の点数の平均値は、A から J の生徒 10 人の点数の平均値より 1 点高かった。また、C から L の生徒 10 人の点数の分散は 3 であった。K の点数  $k$  は L の点数  $l$  より高かった。 $k =$  ,  $l =$   である。A から L の生徒 12 人の点数の平均値は  .  点である。

解答記号	正解
ア	6
イ	9
ウ	9
エ	3
オ	3
カ.キ	6.5
ク	9
ケ	6
コ	4
サ	9
シ	7
ス.セ	5.5

解説

(1) A から H の 8 人の点数の和は 48 なので、平均値は  $\frac{48}{8} = 6$  点である。またこれより、8 人の分散は

$$\frac{1}{8}\{(9-6)^2 + (6-6)^2 + (1-6)^2 + (10-6)^2 + (8-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (2-6)^2\} = \frac{72}{8} = 9$$

である。10 人の平均値が 6 点なので、

$$\frac{1}{10}(48 + i + j) = 6 \iff i + j = 12 \dots \textcircled{1}$$

であり、10 人の分散が 9 なので、

$$\frac{1}{10}\{72 + (i-6)^2 + (j-6)^2\} = 9 \iff (i-6)^2 + (j-6)^2 = 18 \dots \textcircled{2}$$

である。 $(i-6)^2$ ,  $(j-6)^2$  がいずれも平方数であることを考慮すると、②から  $(i-6)^2 = 9$ ,  $(j-6)^2 = 9$  とならねばならない。これと①、および  $i > j$  を満たすのは  $i = 9$ ,  $j = 3$  である。

これにより、10 人のデータを小さい方から並べると

$$1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 10$$

となるので、第 1 四分位数は 3 点、中央値は  $\frac{6+7}{2} = 6.5$  点、第 3 四分位数は 9 点である。

(2)  $h = b$  に注意する。10 人の平均値が 7 点なので、

$$\frac{1}{10}(54 + 2b + c) = 7 \iff 2b + c = 16 \dots \textcircled{3}$$

であり、10 人の分散が 2 なので、

$$\begin{aligned} \frac{1}{10}\{(7-7)^2 \times 4 + (8-7)^2 \times 1 + (9-7)^2 \times 2 + (b-7)^2 \times 2 + (c-7)^2 \times 1\} &= 2 \\ \iff 2(b-7)^2 + (c-7)^2 &= 11 \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

となる。 $(b-7)^2$ ,  $(c-7)^2$  がいずれも平方数であることを考慮すると、④から  $(b-7)^2 = 1$ ,  $(c-7)^2 = 9$  とならねばならない。 $(b-7)^2 = 1$  より  $b = 6, 8$  となり、③より  $(b, c) = (6, 4), (8, 0)$  となるが、④を満たすのは  $b = 6, c = 4$  である。

(3) C から L の 10 人の点数の平均値は  $\frac{1}{10}(44 + k + l)$  点であり、A から J の 10 人の点数の平均値は  $\frac{50}{10} = 5$  点である。したがって与条件から、

$$\frac{1}{10}(44 + k + l) = 5 + 1 \iff k + l = 16 \dots \textcircled{5}$$

である。C から L の 10 人の平均値が 6 点であることを考慮すると、C から L の 10 人の分散が 3 であることから

$$\begin{aligned} \frac{1}{10}\{(4-6)^2 \times 3 + (5-6)^2 \times 2 + (7-6)^2 \times 2 + (8-6)^2 \times 1 + (k-6)^2 + (l-6)^2\} &= 3 \\ \iff (k-6)^2 + (l-6)^2 &= 10 \dots \textcircled{6} \end{aligned}$$

となる。 $(k-6)^2$ ,  $(l-6)^2$  がいずれも平方数であることを考慮すると、これらの組で⑥を満たすのは 1 と 9 の組しかない。これと⑤、および  $k > l$  を満たすのは  $k = 9, l = 7$  である。

また、12 人の点数の平均値は、 $\frac{1}{12}(50 + k + l) = \frac{66}{12} = 5.5$  点である。

Ⅲ  $a, b$  は  $1 \leq a < b \leq 6$  を満たす自然数である。座標平面において、放物線  $y = (x - a)(x - b)$  と放物線  $y = -(x - a)^2 + b$  の共有点について考える。

(1) 共有点の  $x$  座標を  $a$  と  $b$  を用いて表すと

$$\frac{\boxed{\text{ア}} a + b \pm \sqrt{a^2 - \boxed{\text{イ}} ab + b^2 + \boxed{\text{ウ}} b}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2)  $x$  軸上で共有点をもつのは  $(a, b) = (\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$  のときである。このとき 2 つの放物線で囲まれた部分の面積は  $\boxed{\text{キ}}$  である。

(3)  $x = 1$  で共有点をもつのは  $a = \boxed{\text{ク}}$  のときである。

(4) 第 1 象限と第 4 象限に 1 つずつ共有点を持ち、それら 2 つの共有点の  $x$  座標と  $y$  座標がともに整数であるのは  $(a, b) = (\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}})$  のときであり、第 1 象限での共有点は  $(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}})$ 、第 4 象限での共有点は  $(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セソ}})$  となる。

**解答**

解答記号	正解
ア, イ, ウ, エ	3, 2, 8, 4
オ, カ	2, 4
キ	9
ク	2
ケ, コ	2, 6
サ, シ	1, 5
ス, セソ	5, -3

**解説**

$y = (x - a)(x - b) = f(x)$ ,  $y = -(x - a)^2 + b = g(x)$  とおく。

(1)  $f(x) = g(x) \iff 2x^2 - (3a + b)x + ab + a^2 - b = 0 \dots (*)$  から解の公式より、

$$\begin{aligned} x &= \frac{3a + b \pm \sqrt{(3a + b)^2 - 4 \cdot 2(ab + a^2 - b)}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{3a + b \pm \sqrt{a^2 - 2ab + b^2 + 8b}}{4} \end{aligned}$$

(2)  $y = f(x)$  が  $x$  軸と  $x = a, b$  で交わることから、 $x$  軸上で共有点をもつのは  $g(a) = 0$  または  $g(b) = 0$  のときである。

(i)  $g(a) = 0 \iff b = 0$  であるが  $b$  は自然数であることより不適。

(ii)  $g(b) = 0 \iff b = (b - a)^2$  より  $b$  は平方数である。 $1 \leq a < b \leq 6$  なので、 $b \geq 2$  であることから  $b = 4$  となる。このとき、 $4 = (4 - a)^2$  で、 $1 \leq a < b = 4$  より  $a = 2$  と決まる。

以上より  $(a, b) = (2, 4)$  である。

$f(x) = (x - 2)(x - 4)$ ,  $g(x) = -(x - 2)^2 + 4$  の交点の  $x$  座標は  $f(x) = g(x) \iff 2(x - 1)(x - 4) = 0$  より

$x = 1, 4$  である. よって求める面積は

$$\int_1^4 \{g(x) - f(x)\} dx = -2 \int_1^4 (x-1)(x-4) dx = \frac{2}{6} (4-1)^3 = 9$$

- (3)  $f(1) = g(1) \iff (a-2)(a+b-1) = 0$  となればよい.  $a, b$  は自然数なので,  $a+b-1 > 0$ . よって  $a = 2$ .  
 (4) (\*) の解, すなわち  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の共有点の  $x$  座標を  $x = \alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とおく.  $\alpha, \beta$  はともに整数である.

$f(x) < 0 \iff a < x < b$  なので第 4 象限における共有点の  $x$  座標は  $a < x < b$  を満たす. また  $y = g(x)$  は  $x > a$  において単調減少なので, 第 1 象限における共有点の  $x$  座標は  $0 < x < a$  を満たす. 以上より  $1 \leq \alpha < a < \beta < b \leq 6$  となる ( $a, b, \alpha, \beta$  はすべて整数).

これより  $a = 2, 3, 4$  であることが必要である.

- (i)  $a = 2$  のとき,  $b = 4, 5, 6$  となる. (\*) より,

- ①  $(a, b) = (2, 4)$  のとき, (2) より共有点の 1 つが  $x$  軸上にあるので不適.
- ②  $(a, b) = (2, 5)$  のとき,  $2x^2 - 11x + 9 = 0 \iff (x-1)(2x-9) = 0$   
 つまり  $\beta = \frac{9}{2}$  となり不適.
- ③  $(a, b) = (2, 6)$  のとき,  $2x^2 - 12x + 10 = 0 \iff 2(x-1)(x-5) = 0$   
 つまり  $(\alpha, \beta) = (1, 5)$  となり適.

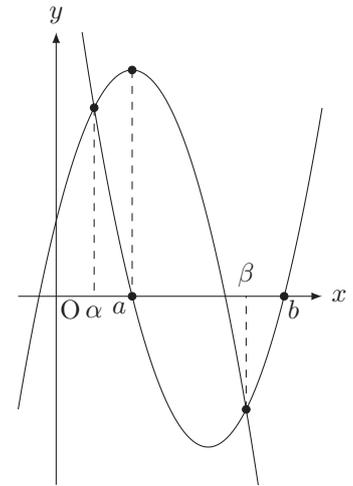
- (ii)  $a = 3$  のとき,  $b = 5, 6$  となる. (\*) より,

- ①  $(a, b) = (3, 5)$  のとき,  $2x^2 - 14x + 19 = 0$  となり整数解をもたないので不適.
- ②  $(a, b) = (3, 6)$  のとき,  $2x^2 - 15x + 21 = 0$  となり整数解をもたないので不適.

- (iii)  $a = 4$  のとき  $b = 6$  となる. (\*) より  $2x^2 - 18x + 34 = 2(x^2 - 9x + 17) = 0$  となり整数解をもたないので不適.

以上より  $(a, b) = (2, 6)$  である.

このとき,  $f(x) = (x-2)(x-6)$  に  $x = 1, 5$  を代入し, 第 1 象限での共有点は  $(1, 5)$  で, 第 4 象限での共有点は  $(5, -3)$  となる. これより充分性も示された.

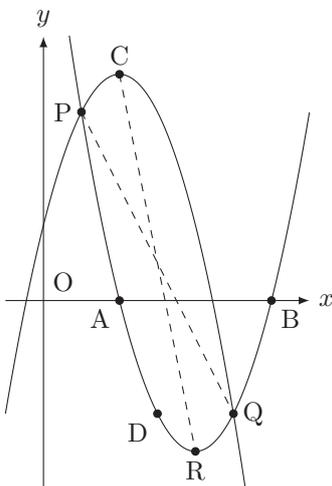


別解

$y = f(x)$  と  $x$  軸の交点を  $A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$  とすると、これらは格子点である。また  $y = f(x)$  の頂点を  $R\left(\frac{a+b}{2}, -\frac{(b-a)^2}{4}\right)$  とする。これは格子点かどうかは (まだ) わからない。

さらに  $y = g(x)$  の頂点を  $C(a, b)$  とすると、これは格子点である。

題意より  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  の第 1 象限における交点  $P(\alpha, f(\alpha))$ , 第 4 象限における交点  $Q(\beta, f(\beta))$  も格子点である。



さて、 $y = f(x)$  の  $x^2$  の係数は 1,  $y = g(x)$  の  $x^2$  の係数は  $-1$  なので、2 つの放物線はある点に関して点対称の関係にある。その点は  $CR$  の中点でもあり、 $PQ$  の中点でもある。つまり

$$\frac{\vec{OC} + \vec{OR}}{2} = \frac{\vec{OP} + \vec{OQ}}{2} \iff \vec{OR} = \vec{OP} + \vec{OQ} - \vec{OC}$$

が成り立っているので、 $R$  も格子点であることがわかった。つまり  $\frac{a+b}{2}$  は整数である。

その場合  $y = f(x)$  の軸  $x = \frac{a+b}{2}$  に関する  $Q$  の対称点  $D(d, f(d))$  が  $y = f(x)$  の  $AR$  間に存在することになる。この  $D$  も格子点である。  $P, A, D, R, Q, B$  の  $x$  座標はすべて整数で  $0 < \alpha < a < d < \frac{a+b}{2} < \beta < b \leq 6$  なのだから

$$\alpha = 1, a = 2, d = 3, \frac{a+b}{2} = 4, \beta = 5, b = 6$$

しかありえない。もちろんこれは必要条件を求めただけだから十分性を確認する必要があるが、それは容易である。

講評

I [小問集合] (易～やや難)

(1) の三角関数は基本的であり落とせない。(2) の確率は、割り込ませる方法ですべて解決できる。これもできれば完答したい。(3) は、相加平均・相乗平均の関係から解けるが、(i) を突破したとしても(ii) が難しかったかもしれない。コーシー・シュワルツの不等式を用いると簡潔なのだが、ややハードルが高いであろう。

II [データの分析] (標準)

未知数を含むデータ群について、平均値と分散を考えていく問題であった。似たような処理を繰り返す設定になっており、単純に計算力で差がつく。できれば完答したいが、制限時間内では厳しかったかもしれない。分散の計算をする際に、分散の定義式を用いるか、 $(2 \text{乗の平均}) - (\text{平均の} 2 \text{乗})$  を用いるかで少々計算量が変わってくる(前者が楽)。

III [2次関数, 数学IIの積分, 整数] (やや難)

複数の分野の融合問題であった。(3) までは何とか正解したい。(4) は、厳密な議論はさておき、(3) で得られた結果から適するものをうまく見つけられるとリードできそうである。

2023年度入試から全学部共通のマークシート形式となっており、今年度もそれが踏襲されている。医学部独自の記述形式だった時代と比べると、計算力と典型問題の経験値が重要となる傾向が強くなり、今回もその傾向に沿っている。なお今回は、方程式などをまともに解かずにあてはまる値を見つけにいった方が手早い、という設問がいくつか見受けられる。

大問I (1)(2), III (1)~(3) は完答に近いところまで仕上げたい。大問IIの計算をどこまで合わせられたかと、それ以外の設問でどれだけ立ち回れたかの勝負だろう。目標は80%。

**メルマガ無料登録で全教科配信!** 本解答速報の内容に関するお問合せは… メビオ ☎0120-146-156 まで

医学部進学予備校 **メビオ**  
☎0120-146-156 <https://www.mebio.co.jp/>



医学部専門予備校  
**英進館メビオ** 福岡校

☎03-3370-0410  
<https://yms.ne.jp/>

☎0120-192-215  
<https://www.mebio-eishinkan.com/>



登録はこちらから

**大学別の攻略法を伝授** オンラインでも受講できます  
(授業録画の視聴となります)

# 医学部**攻略**講座

## 1/7 近畿大学医学部

- |                |                |
|----------------|----------------|
| 12/14 大阪医科薬科大学 | 12/28 福岡大学医学部  |
| 12/22 藤田医科大学   | 12/29 久留米大学医学部 |
| 12/26 川崎医科大学   | 1/5 兵庫医科大学     |
| 12/27 金沢医科大学   | 1/6 関西医科大学     |



詳しくはこちら

医学部進学予備校 **メビオ** フリーダイヤル ☎0120-146-156

校舎にて個別説明会も随時開催しています。  
【受付時間】9:00~21:00 (土日祝可)

大阪府大阪市中央区石町 2-3-12 ベルヴォア天満橋  
天満橋駅(京阪/大阪メトロ谷町線)より徒歩3分