医学部進学予備校 メビオ × 医学部専門予備校 YMS heart of medicine 医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

久留米大学医学部(前期)　数学

2024年2月1日実施

1.

(1)　$x^2-9y^2+36y+20=0$ は,「平方完成」を利用することで,

$$\left(\boxed{ア}\,y-\boxed{イ}+x\right)\left(\boxed{ウ}\,y-\boxed{エ}-x\right)=\boxed{オカ}$$

と変形できるので,$x^2-9y^2+36y+20=0$ を満たす 0 以上の整数 x, y の組は,

$$(x,\ y)=\left(\boxed{キ},\ \boxed{ク}\right),\ \left(\boxed{ケコ},\ \boxed{サ}\right)$$

ただし, $\boxed{ア}>0$ とする。

(2)　$x^2-3xy-6x+18y+14=0$ を x について解くと,

$$x=\frac{\boxed{シ}\,y+\boxed{ス}\pm\sqrt{\boxed{セ}\,y^2-\boxed{ソタ}\,y-\boxed{チツ}}}{2}$$

となるので,$x^2-3xy-6x+18y+14=0$ を満たす 0 以上の整数 x, y の組は,

$$(x,\ y)=\left(\boxed{テ},\ \boxed{ト}\right),\ \left(\boxed{ナ},\ \boxed{ナ}\right),\ \left(\boxed{ニヌ},\ \boxed{ト}\right),\ \left(\boxed{ネノ},\ \boxed{ナ}\right)$$

解答

解答記号	正解
ア y − イ + x	$3y-6+x$
ウ y − エ − x	$3y-6-x$
オカ	56
(キ, ク)	(5, 5)
(ケコ, サ)	(13, 7)
シ y + ス ± $\sqrt{セ\ y^2 - ソタ\ y - チツ}$	$3y+6\pm\sqrt{9y^2-36y-20}$
(テ, ト)	(8, 5)
(ナ, ナ)	(7, 7)
(ニヌ, ト)	(13, 5)
(ネノ, ナ)	(20, 7)

解説

(1)　平方完成により

$$\begin{aligned}
&x^2-9y^2+36y+20=0\\
\iff &x^2-(3y-6)^2+36+20=0\\
\iff &\{(3y-6)+x\}\{(3y-6)-x\}=56\\
\iff &(\mathbf{3}y-\mathbf{6}+x)(\mathbf{3}y-\mathbf{6}-x)=56
\end{aligned}$$

これより $3y-6+x$ は 56 の約数であることが必要であるが，さらに

- $3y-6+x \geqq 3y-6-x$ であること，
- $3y-6+x$ と $3y-6-x$ の偶奇が一致すること（したがって両方偶数），
- $3y-6+x \geqq -6$ であること

から絞り込みをかければ，$(3y-6+x,\ 3y-6-x)=(28,\ 2),\ (14,\ 4),\ (-2,\ -28),\ (-4,\ -14)$ の可能性が残る．それぞれを解くと $(x,\ y)=(13,\ 7),\ (5,\ 5),\ (13,\ -3),\ (5,\ -1)$ が得られるので，$x,\ y$ ともに 0 以上であるものを選んで,

$$(x,\ y)=(\mathbf{5},\ \mathbf{5}),\ (\mathbf{13},\ \mathbf{7})$$

(2)　解の公式により

$$\begin{aligned}
&x^2-3xy-6x+18y+14=0\\
\iff &x^2-(3y+6)x+18y+14=0\\
\iff &x=\frac{3y+6\pm\sqrt{(3y+6)^2-4(18y+14)}}{2}=\frac{\mathbf{3}y+\mathbf{6}\pm\sqrt{\mathbf{9}y^2-\mathbf{36}y-\mathbf{20}}}{2}
\end{aligned}$$

ここで $x,\ y$ が整数であるためには，根号内の $9y^2-36y-20$ が平方数でなければならない．そこで $9y^2-36y-20=z^2$ とおく．z としては 0 以上の整数だけを考えればよい．問題の条件により y も 0 以上であるから，$z^2-9y^2+36y+20=0$ を満たす 0 以上の整数 $z,\ y$ を考えることになり，その解は (1) より $(z,\ y)=(5,\ 5),\ (13,\ 7)$ である．

- $(z,\ y)=(5,\ 5)$ の場合 $x=\dfrac{3y+6\pm z}{2}=\dfrac{21\pm 5}{2}=13,\ 8$
- $(z,\ y)=(13,\ 7)$ の場合 $x=\dfrac{3y+6\pm z}{2}=\dfrac{27\pm 13}{2}=20,\ 7$

以上により $(x,\ y)=(\mathbf{8},\ \mathbf{5}),\ (\mathbf{7},\ 7),\ (\mathbf{13},\ 5),\ (\mathbf{20},\ 7)$ である．（これらは $x\geqq 0$ を満たす）

2. $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\theta$，$\angle\mathrm{AOB}=2\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ である三角形 OAB がある。点 A から辺 OB に下ろした垂線と辺 OB との交点を P_1，P_1 から辺 OA に下ろした垂線と辺 OA との交点を P_2，P_2 から辺 OB に下ろした垂線と辺 OB との交点を P_3 とする。このことを繰り返すことで P_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を定めていく。辺 OP_n の長さを x_n，線分 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の長さを y_n，三角形 $\mathrm{OP}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の面積を S_n とする。

(1) x_n と x_{n+1} との関係式は $x_{n+1}=\left(\boxed{\text{ハ}}\right)x_n$ であり，x_n と y_n の関係式は $y_n=\left(\boxed{\text{ヒ}}\right)x_n$ であるから，$x_n=\theta\cdot\left(\boxed{\text{フ}}\right)^n$ であり，$y_n=\theta\cdot\boxed{\text{ヒ}}\cdot\left(\boxed{\text{フ}}\right)^n$ となる。

$\boxed{\text{ハ}}$，$\boxed{\text{ヒ}}$，$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまるものを下の ⓪ 〜 ⑤ の中から 1 つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよいものとする。

⓪ $\sin\theta$　① $\cos\theta$　② $\tan\theta$

③ $\sin 2\theta$　④ $\cos 2\theta$　⑤ $\tan 2\theta$

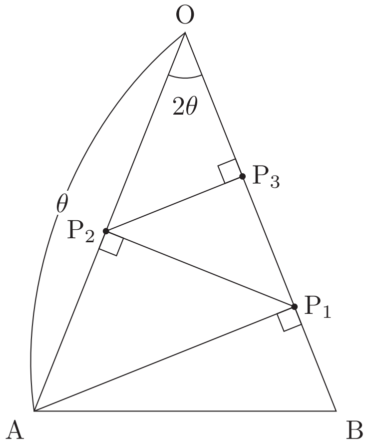
(2) $T=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}y_n$ とするとき，$T=\dfrac{\theta\sin\boxed{\text{ヘ}}\theta}{\boxed{\text{ホ}}(1-\cos\boxed{\text{マ}}\theta)}$ であり，$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}T=\boxed{\text{ミ}}$ である。

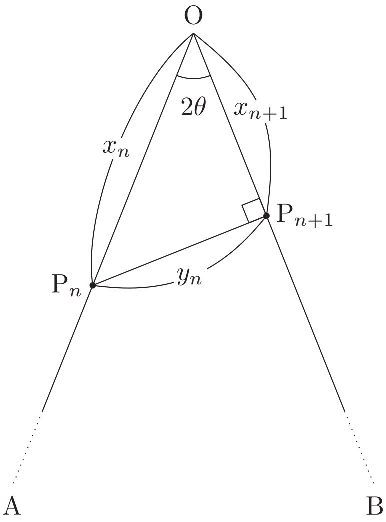
(3) p を実数とする。$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}$ が 0 以外の値に収束するような p の値は $p=\dfrac{\boxed{\text{ムメ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ であり，このときの極限値は $\boxed{\text{ヤ}}$ である。

解答

解答記号	正解
ハ	④
ヒ	③
フ	④
$\dfrac{\theta\sin\text{ヘ}\theta}{\text{ホ}\,(1-\cos\text{マ}\theta)}$	$\dfrac{\theta\sin 4\theta}{2(1-\cos 2\theta)}$
ミ	1
$\dfrac{\text{ムメ}}{\text{モ}}$	$\dfrac{-3}{2}$
ヤ	1

解説





(1)　直角三角形 $\triangle \mathrm{OP}_n\mathrm{P}_{n+1}$ に着目すると，

$$x_{n+1} = (\boldsymbol{\cos 2\theta})x_n,\ y_n = (\boldsymbol{\sin 2\theta})x_n$$

である．直角三角形 $\triangle \mathrm{OAP}_1$ に着目すると $x_1 = \mathrm{OA}\cos 2\theta = \theta\cos 2\theta$ とわかるので，

$$x_n = \theta\cos 2\theta(\cos 2\theta)^{n-1} = \theta\cdot(\boldsymbol{\cos 2\theta})^n$$

（このとき，$y_n = \theta\cdot\sin 2\theta(\cos 2\theta)^n$ とわかる）

(2)　$\{y_n\}$ は初項 $\theta\sin 2\theta\cos 2\theta = \dfrac{1}{2}\theta\sin 4\theta$，公比 $\cos 2\theta$ の等比数列である．

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$ より $0 < 2\theta < \dfrac{\pi}{2}$ であり，この範囲において $0 < \cos 2\theta < 1$ となるので，

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} y_n = \frac{\frac{1}{2}\theta\sin 4\theta}{1-\cos 2\theta} = \frac{\theta\sin \boldsymbol{4}\theta}{\boldsymbol{2}(1-\cos \boldsymbol{2}\theta)}$$

また，

$$\begin{aligned}\lim_{\theta\to+0} T &= \lim_{\theta\to+0}\frac{\theta\sin 4\theta}{2\cdot 2\sin^2\theta}\\ &= \lim_{\theta\to+0}\frac{\sin 4\theta}{4\theta}\cdot\left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \boldsymbol{1}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}S_n &= \frac{1}{2}x_{n+1}y_n\\ &= \frac{1}{2}\cdot\theta\cdot(\cos 2\theta)^{n+1}\cdot\theta\cdot\sin 2\theta(\cos 2\theta)^n\\ &= \frac{1}{2}\sin 2\theta\cos 2\theta\cdot(\theta\cos^n 2\theta)^2\\ &= \frac{1}{4}\sin 4\theta\cdot(\theta\cos^n 2\theta)^2\end{aligned}$$

となるので，

$$\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n} = \lim_{\theta\to+0}\theta^p\cdot\frac{\sqrt{\sin 4\theta}}{2}\cdot\theta\cos^n 2\theta$$

$$= \lim_{\theta \to +0} \theta^{p+1} \sqrt{\frac{\sin 4\theta}{4\theta} \cdot 4\theta} \cdot \frac{\cos^n 2\theta}{2}$$

$$= \lim_{\theta \to +0} \theta^{p+\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\sin 4\theta}{4\theta}} \cdot \cos^n 2\theta$$

$\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \frac{\sin 4\theta}{4\theta} = 1$，$\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \cos^n 2\theta = 1$ より，$\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \theta^p \sqrt{S_n}$ が 0 以外の値に収束するには，$p + \dfrac{3}{2} = 0$ である必要がある．よって $p = \boldsymbol{-\dfrac{3}{2}}$ であり，このときの極限値は $\mathbf{1}$ となる．

3.

(1)　不等式 $1+\log_2(1-x)(1+y) \geqq 2\log_2(y-x+1)$ を満たす点 $(x,\ y)$ の存在する領域の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}\pi+\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$$

である。

(2)　点 $(x,\ y)$ が (1) の領域を動くとき，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において，

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2}$$

を満たす θ のとりうる値の範囲は，$0 \leqq \theta$ $\boxed{\text{リ}}$ $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ル}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi$ $\boxed{\text{ワ}}$ $\theta < 2\pi$ である。

$\boxed{\text{リ}}$ ，$\boxed{\text{ワ}}$ に当てはまるものは下の ⓪〜② の中から 1 つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよいものとする。

⓪　$=$　　　①　$<$　　　②　$\leqq$

解答

解答記号	正解
$\dfrac{\text{ユ}\pi+\text{ヨ}}{\text{ラ}}$	$\dfrac{3\pi+2}{4}$
リ，$\dfrac{\pi}{\text{ル}}$，$\dfrac{\text{レ}}{\text{ロ}}\pi$，ワ	①，$\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{2}{3}\pi$，①

解説

(1)　真数条件より $(1-x)(1+y)>0$ かつ $y-x+1>0$ であるから，

$$\begin{cases} x<1 \\ y>-1 \\ y>x-1 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x>1 \\ y<-1 \\ y>x-1 \end{cases}$$

であるが，後者は共通部分がないため，

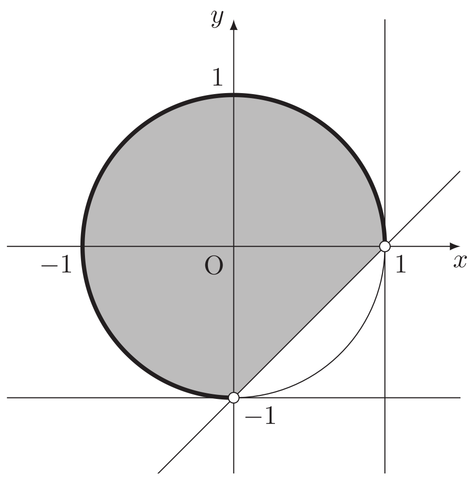
$$\begin{cases} x<1 \\ y>-1 \\ y>x-1 \end{cases} \quad \cdots ①$$

である．一方，与えられた不等式を変形すると，

$$\log_2 2(1-x)(1+y) \geqq \log_2(y-x+1)^2$$

$$2(1-x)(1+y) \geqq (y-x+1)^2$$

$$x^2+y^2 \leqq 1 \quad \cdots ②$$



ゆえに，①, ② の共通部分は上図灰色部分となる．ただし，境界線は，$y=x-1$ 上の点を含まず他は含む．

よって，点 $(x,\ y)$ の満たす領域の面積は，

$$\frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2} = \boldsymbol{\frac{3\pi + 2}{4}}$$

(2)　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \dfrac{y}{2} \iff \sqrt{3}x - y - 2\sin\theta = 0$ であり，この直線と円の中心との距離は，

$$\frac{|-2\sin\theta|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = |\sin\theta|$$

である．一般に，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において $|\sin\theta| \leqq 1$ であるから，直線 $\sqrt{3}x - y - 2\sin\theta = 0$ と円 $x^2 + y^2 = 1$ は常に共有点をもつ．よって，点 $(x,\ y)$ が (1) の領域を動くとき，点 $(1,\ 0)$ が領域 $y < \sqrt{3}x - 2\sin\theta$ にあればよい．

$$\sqrt{3} - 2\sin\theta > 0 \iff \sin\theta < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

より，θ のとりうる値の範囲は，$0 \leqq \theta \boldsymbol{<} \boldsymbol{\dfrac{\pi}{3}}$，$\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi <} \theta < 2\pi$ である．

4. θ を偏角とする。極方程式 $r=\theta^2$ で表される曲線を C とするとき，

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2x\,dx+\boxed{\text{あ}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3\sin 2x\,dx=0$ であることより，曲線 C の $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の部分と y 軸とで囲まれた図形の面積は $\dfrac{\pi^{\boxed{\text{い}}}}{\boxed{\text{うえお}}}$ である。

(2) 曲線 C の $-\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の部分の長さは

$$\frac{1}{\boxed{\text{か}}}\left\{\left(\frac{\pi^2}{\boxed{\text{き}}}+4\right)^{\frac{3}{2}}+\left(\frac{\pi^2}{\boxed{\text{くけ}}}+4\right)^{\frac{3}{2}}\right\}-\frac{\boxed{\text{こさ}}}{\boxed{\text{し}}}$$

である。

解答

解答記号	正解
あ	2
$\dfrac{\pi^{\text{い}}}{\text{うえお}}$	$\dfrac{\pi^5}{320}$
$\dfrac{1}{\text{か}}$, $\dfrac{\pi^2}{\text{き}}$, $\dfrac{\pi^2}{\text{くけ}}$, $\dfrac{\text{こさ}}{\text{し}}$	$\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{\pi^2}{9}$, $\dfrac{\pi^2}{16}$, $\dfrac{16}{3}$

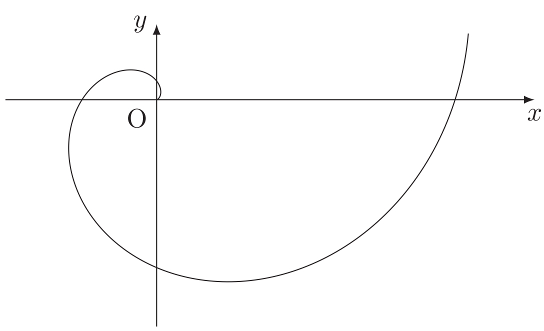
解説

(1) 部分積分により，

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2xdx=\left[\frac{x^4}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}2x^3\sin 2xdx$$
$$=0-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^3\sin 2xdx$$

であるから，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2xdx+\mathbf{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^3\sin 2xdx=0$ である．

曲線 C は $r=\theta^2$ で表されるから，$\theta=0$ のとき $r=0$ であり，$\theta>0$ において r は θ に対して単調増加となる．したがって C の概形は右図のようになる．



$r=\theta^2$ から

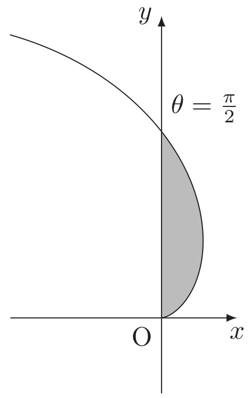
$$x=r\cos\theta=\theta^2\cos\theta,\quad y=r\sin\theta=\theta^2\sin\theta$$

であるから，

$$\frac{dx}{d\theta}=2\theta\cos\theta-\theta^2\sin\theta$$
$$\frac{dy}{d\theta}=2\theta\sin\theta+\theta^2\cos\theta$$

となる．

題意の図形は右図の灰色部分となる．$\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき $y=\dfrac{\pi^2}{4}$ であるから，題意の面積を S とすると，



$$
\begin{aligned}
S &= \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} x\,dy \\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta^2\cos\theta(2\theta\sin\theta+\theta^2\cos\theta)d\theta \\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\theta^3\cos\theta\sin\theta+\theta^4\cos^2\theta)d\theta \\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\theta^3\sin 2\theta+\theta^4\cdot\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right)d\theta \\
&= \frac{1}{2}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^4\cos 2\theta d\theta+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^3\sin 2\theta d\theta\right)+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^4 d\theta \\
&= 0+\frac{1}{2}\left[\frac{\theta^5}{5}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \quad \text{（ここで前半の結果を用いた）} \\
&= \frac{\pi^{\mathbf{5}}}{\mathbf{320}}
\end{aligned}
$$

(2)　題意の長さを L とすると，$L=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}d\theta$ である．ここで

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 &= 4\theta^2\cos^2\theta-4\theta^3\cos\theta\sin\theta+\theta^4\sin^2\theta \\
&\quad +4\theta^2\sin^2\theta+4\theta^3\sin\theta\cos\theta+\theta^4\cos^2\theta \\
&= 4\theta^2+\theta^4=\theta^2(4+\theta^2)
\end{aligned}
$$

となる．したがって

$$
\begin{aligned}
L &= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\theta^2(4+\theta^2)}d\theta \\
&= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}}|\theta|\sqrt{4+\theta^2}d\theta \\
&= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}-\theta\sqrt{4+\theta^2}d\theta+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\theta\sqrt{4+\theta^2}d\theta \\
&= \left[-\frac{1}{3}(\theta^2+4)^{\frac{3}{2}}\right]_{-\frac{\pi}{3}}^{0}+\left[\frac{1}{3}(\theta^2+4)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{1}{\mathbf{3}}\left\{\left(\frac{\pi^2}{\mathbf{9}}+4\right)^{\frac{3}{2}}+\left(\frac{\pi^2}{\mathbf{16}}+4\right)^{\frac{3}{2}}\right\}-\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{3}}
\end{aligned}
$$

5. 異なる n 個から r 個を取る組合せの総数を ${}_n\mathrm{C}_r$ とする。$k \geqq 2$ とし，下図のように，一番下の行の左から k 列目のマスに ${}_{2k-1}\mathrm{C}_1$ をおく。次に，${}_{2k-1}\mathrm{C}_1$ の上に ${}_{2k-1}\mathrm{C}_2$，そのまた上に ${}_{2k-1}\mathrm{C}_3$ をおいて，k 段目まで順に上に並べていく。このとき，左から k 列目，下から k 段目は ${}_{2k-1}\mathrm{C}_k$ となる。さらに，一番下のマスから k 段目まで上に並べたら，今度は ${}_{2k-1}\mathrm{C}_k$ の左に ${}_{2k-1}\mathrm{C}_{k+1}$ をおき，そのまた左に ${}_{2k-1}\mathrm{C}_{k+2}$ をおき，左端まで順に左に並べていく。また，左から 1 列目，下から 1 段目のマスは ${}_1\mathrm{C}_1$ とする。左から i 列目，下から j 段目のマス目にある ${}_n\mathrm{C}_r$ を $a_{i,j}$ と書く。例えば，$a_{3,4} = {}_7\mathrm{C}_5$，$a_{1,3} = {}_5\mathrm{C}_5$ である。

${}_7\mathrm{C}_7$	${}_7\mathrm{C}_6$	${}_7\mathrm{C}_5$	${}_7\mathrm{C}_4$	
${}_5\mathrm{C}_5$	${}_5\mathrm{C}_4$	${}_5\mathrm{C}_3$	${}_7\mathrm{C}_3$	
${}_3\mathrm{C}_3$	${}_3\mathrm{C}_2$	${}_5\mathrm{C}_2$	${}_7\mathrm{C}_2$	
${}_1\mathrm{C}_1$	${}_3\mathrm{C}_1$	${}_5\mathrm{C}_1$	${}_7\mathrm{C}_1$	

(1) $a_{8,8}$ の値を求めると，$a_{8,8} = \boxed{\text{すせそた}}$ である。

(2) $a_{i,j} = {}_{11}\mathrm{C}_8$ は，$i = \boxed{\text{ち}}$，$j = \boxed{\text{つ}}$ であり，

$a_{i,j} = {}_{203}\mathrm{C}_{97}$ は，$i = \boxed{\text{てとな}}$，$j = \boxed{\text{にぬ}}$ であり，

$a_{i,j} = {}_{203}\mathrm{C}_{105}$ は，$i = \boxed{\text{ねの}}$，$j = \boxed{\text{はひふ}}$ である。

(3) n を 2 以上の整数とするとき，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{n,j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,n} = \boxed{\text{へ}}^{2n-1} - \boxed{\text{ほ}} \text{ である。}$$

解答

解答記号	正解
すせそた	6435
ち，つ	4, 6
てとな，にぬ	102, 97
ねの，はひふ	99, 102
へ$^{2n-1}$ − ほ	$2^{2n-1} - 1$

解説

問題文の通りにマスを埋めると下図の通りになる.

${}_{15}\mathrm{C}_{15}$	${}_{15}\mathrm{C}_{14}$	${}_{15}\mathrm{C}_{13}$	${}_{15}\mathrm{C}_{12}$	${}_{15}\mathrm{C}_{11}$	${}_{15}\mathrm{C}_{10}$	${}_{15}\mathrm{C}_{9}$	${}_{15}\mathrm{C}_{8}$	
${}_{13}\mathrm{C}_{13}$	${}_{13}\mathrm{C}_{12}$	${}_{13}\mathrm{C}_{11}$	${}_{13}\mathrm{C}_{10}$	${}_{13}\mathrm{C}_{9}$	${}_{13}\mathrm{C}_{8}$	${}_{13}\mathrm{C}_{7}$	${}_{15}\mathrm{C}_{7}$	
${}_{11}\mathrm{C}_{11}$	${}_{11}\mathrm{C}_{10}$	${}_{11}\mathrm{C}_{9}$	${}_{11}\mathrm{C}_{8}$	${}_{11}\mathrm{C}_{7}$	${}_{11}\mathrm{C}_{6}$	${}_{13}\mathrm{C}_{6}$	${}_{15}\mathrm{C}_{6}$	
${}_{9}\mathrm{C}_{9}$	${}_{9}\mathrm{C}_{8}$	${}_{9}\mathrm{C}_{7}$	${}_{9}\mathrm{C}_{6}$	${}_{9}\mathrm{C}_{5}$	${}_{11}\mathrm{C}_{5}$	${}_{13}\mathrm{C}_{5}$	${}_{15}\mathrm{C}_{5}$	
${}_{7}\mathrm{C}_{7}$	${}_{7}\mathrm{C}_{6}$	${}_{7}\mathrm{C}_{5}$	${}_{7}\mathrm{C}_{4}$	${}_{9}\mathrm{C}_{4}$	${}_{11}\mathrm{C}_{4}$	${}_{13}\mathrm{C}_{4}$	${}_{15}\mathrm{C}_{4}$	
${}_{5}\mathrm{C}_{5}$	${}_{5}\mathrm{C}_{4}$	${}_{5}\mathrm{C}_{3}$	${}_{7}\mathrm{C}_{3}$	${}_{9}\mathrm{C}_{3}$	${}_{11}\mathrm{C}_{3}$	${}_{13}\mathrm{C}_{3}$	${}_{15}\mathrm{C}_{3}$	
${}_{3}\mathrm{C}_{3}$	${}_{3}\mathrm{C}_{2}$	${}_{5}\mathrm{C}_{2}$	${}_{7}\mathrm{C}_{2}$	${}_{9}\mathrm{C}_{2}$	${}_{11}\mathrm{C}_{2}$	${}_{13}\mathrm{C}_{2}$	${}_{15}\mathrm{C}_{2}$	
${}_{1}\mathrm{C}_{1}$	${}_{3}\mathrm{C}_{1}$	${}_{5}\mathrm{C}_{1}$	${}_{7}\mathrm{C}_{1}$	${}_{9}\mathrm{C}_{1}$	${}_{11}\mathrm{C}_{1}$	${}_{13}\mathrm{C}_{1}$	${}_{15}\mathrm{C}_{1}$	

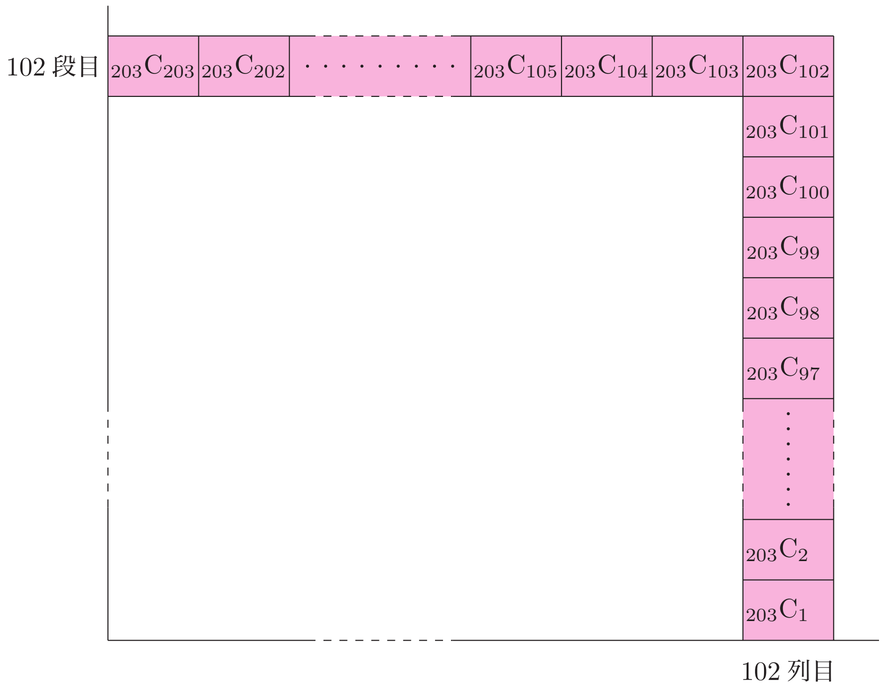
(1) 図より，$a_{8,8} = {}_{15}\mathrm{C}_8 = \mathbf{6435}$ である.

(2) 図より，${}_{11}\mathrm{C}_8 = a_{4,6}$ なので，$a_{i,j} = {}_{11}\mathrm{C}_8$ ならば $i = \mathbf{4}$，$j = \mathbf{6}$ である.

さらに次の図より，${}_{203}\mathrm{C}_{97} = a_{102,97}$ で ${}_{203}\mathrm{C}_{105} = a_{99,102}$ なので，

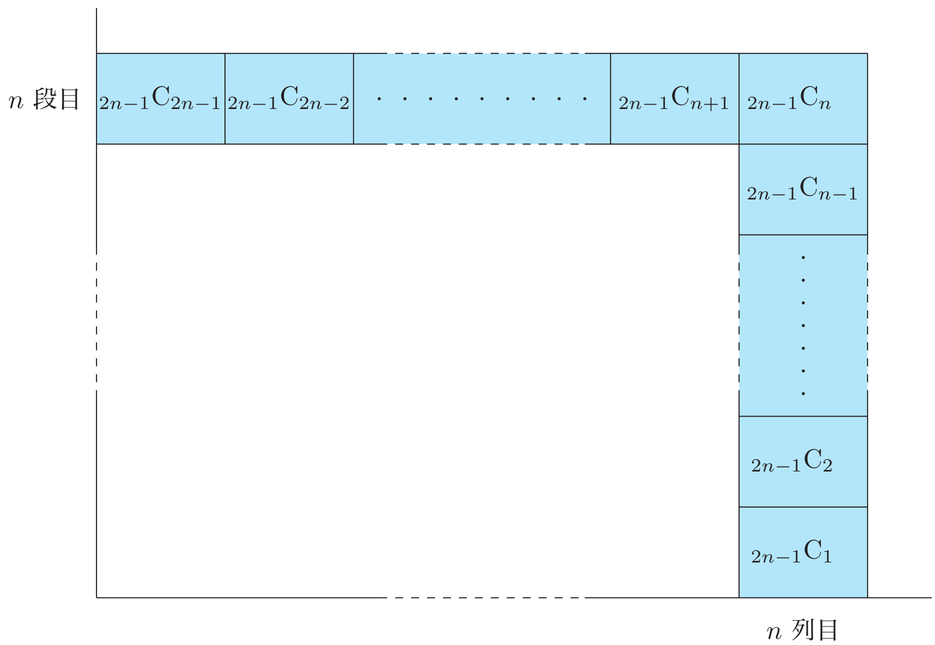
$a_{i,j} = {}_{203}\mathrm{C}_{97}$ ならば $i = \mathbf{102}$，$j = \mathbf{97}$，

$a_{i,j} = {}_{203}\mathrm{C}_{105}$ ならば $i = \mathbf{99}$，$j = \mathbf{105}$ である.



(3)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{n,j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,n}$$
$$= a_{n,1} + a_{n,2} + \cdots + a_{n,n} + a_{1,n} + a_{2,n} + \cdots + a_{n-1,n}$$
$$= {}_{2n-1}\mathrm{C}_1 + {}_{2n-1}\mathrm{C}_2 + \cdots + {}_{2n-1}\mathrm{C}_{n-1} + {}_{2n-1}\mathrm{C}_n + {}_{2n-1}\mathrm{C}_{n+1} + \cdots + {}_{2n-1}\mathrm{C}_{2n-2} + {}_{2n-1}\mathrm{C}_{2n-1}$$
$$= \mathbf{2^{2n-1} - 1}$$



講評

1.［整数］（やや難）

整数 x, y についての方程式から x, y の値を決定していく問題であった．(1) は落とせない．(2) は，計算量がやや多いが，(1) で得られた結果をうまく利用して何とか正解に達したいところである．(2) における x, $y \geqq 0$ の条件は (1) における x, $y \geqq 0$ の条件と同値ではないのだが，本問の場合は結果的にそこを見落としても同じ結果にたどり着く．（記述式なら減点対象であろう．）

2.［数列と極限］（標準）

図形と数列の典型題．(1) は落とせない．(2) の前半は無限等比級数，後半は三角関数の極限であるが，どちらも典型題であり落とせない．(3) は極限が収束する条件を問われているが，$\theta^p\sqrt{S_n}$ を整理することが難しかったかもしれない．こなしてきた演習量によって差のつく問題である．

3.［図形と方程式］（標準）

対数の不等式が与えられているが，テーマは「領域と最大最小」の問題である．(1) は真数条件も忘れずに考慮しなければならない（とはいえ，忘れていたとしてもマークが合わないところで気が付くだろう）．また，(2) では，(1) で求めた領域を利用し，円と直線の位置関係を考えればよい．ただし，領域が (1, 0) を含まないので，答えの不等式に等号を入れないように注意しなければならない．

4.［極方程式，数学Ⅲの積分］（やや難）

極方程式で表された渦巻線について，面積や曲線長を求める問題であった．$r = f(\theta)$ から x, y を θ で表すことができるが，その手の処理の経験がないと手が付かなかったかもしれない．それでも，(1) 前半の部分積分には気付きたいところである．

5.［数列］（やや難）

組合せの C 記号で各項が表された群数列の問題であった．並びの規則が理解出来ればあとは難しくはないが，長い問題文を読むのに手間取った受験生は多いだろう．読めなくても，与えられた図から規則を考えるなどうまく立ち回れたかで差がつきそうな問題である．

2023 年度前期に引き続き，必ず完答すべきレベルの問題がない．粘り強い思考力や計算力が要求されるセットだった．目標は 55%.

解答・講評作成 医学部進学予備校メビオ