解答速報

東海大学医学部　物理

2023年 2月　3日実施

1

(1) $\dfrac{{v_0}^2}{2g}$　(2) $\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\beta}$　(3) $\alpha=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\beta}{2}$

(4) $\dfrac{1}{2}$　(5) $\dfrac{v_0}{v_c}$

解説

以下，点 O で質点を投射した時刻を $t=0$ とする．
また，質点が空中にあるときの加速度は，$(a_x,\ a_y)=(-g\sin\beta,\ -g\cos\beta)$ である．

(1)　$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ の場合を考えると，$(x_{\mathrm{M}},\ y_{\mathrm{M}})=\left(0,\ \dfrac{{v_0}^2}{2g}\right)$．この値を，問題文中の楕円を表す方程式に適用すると，

$$4\left(\frac{{v_0}^2}{2g}-\frac{n}{2}\right)^2=n^2\qquad\therefore\ n=\boldsymbol{\frac{{v_0}^2}{2g}}$$

(2)　速度の y 成分が 0 になる時刻の 2 倍なので，$t_1=\dfrac{2v_0\sin\alpha}{-a_y}=\boldsymbol{\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\beta}}$

(3)　OP の長さは (2) で求めた時刻 t_1 における位置 x の値なので，点 P の x 座標を x_{P} とおくと，

$$x_{\mathrm{P}}=v_0\cos\theta\cdot t_1+\frac{1}{2}a_x{t_1}^2=\frac{2{v_0}^2\cos(\alpha+\beta)\sin\alpha}{g\cos^2\beta}=\frac{{v_0}^2\left\{\sin(2\alpha+\beta)-\sin\beta\right\}}{g\cos^2\beta}$$

x_{P} の値が最大となるのは，$\sin(2\alpha+\beta)=1$ となるとき，すなわち $\boldsymbol{\alpha=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\beta}{2}}$ のときである．

(4)　「質点が板に垂直に落下」するとは，時刻 t_1 に速度の x 成分が 0 であることに相当する．

$$0=v_0\cos\alpha+a_xt_1=\left(\cos\alpha-\frac{2\sin\beta\sin\alpha}{\cos\beta}\right)\times v_0\qquad\therefore\ \tan\alpha\times\tan\beta=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

(5)　衝突直前の質点の速度の y 成分 $v_y=-v_0\sin\alpha$．$v_c\sin\gamma=|v_y|$ より，$\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=\boldsymbol{\dfrac{v_0}{v_c}}$

＜次頁につづく＞

$\boxed{2}$

(1) $\dfrac{d+x_{\mathrm{P}}}{3d}Q$　(2) $\dfrac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}$　(3) $\dfrac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}(2x_{\mathrm{P}}-d)$

(4) $\dfrac{Q^2}{3\varepsilon_0 Sd}$　(5) $\dfrac{2}{3}Q\sqrt{\dfrac{g}{d}}$

解説

(1)　極板Aに蓄積した電気量を Q_{A} とする。導体Pに関する電荷保存則より

$$-Q_{\mathrm{A}}-\frac{2d-x_{\mathrm{P}}}{3d}Q=-Q$$

$$Q_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{\frac{d+x_{\mathrm{P}}}{3d}Q}$$

(2)　このときPの電位 V_{P} は

$$V_{\mathrm{P}}=\frac{\dfrac{2d-x_{\mathrm{P}}}{3d}Q}{\varepsilon_0\dfrac{S}{d+x_{\mathrm{P}}}}=\frac{(2d-x_{\mathrm{P}})(d+x_{\mathrm{P}})}{3\varepsilon_0 Sd}Q$$

と求まる。したがってコンデンサーに蓄えられた静電エネルギー $U(x_{\mathrm{P}})$ は

$$U(x_{\mathrm{P}})=\frac{1}{2}QV_{\mathrm{P}}=\boldsymbol{\frac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}}\times(2d-x_{\mathrm{P}})(d+x_{\mathrm{P}})$$

(3)　静電エネルギーの変化量 ΔU は $(\Delta x_{\mathrm{P}})^2$ の項を無視すると以下のように求まる。

$$\begin{aligned}\Delta U&=U(x_{\mathrm{P}}+\Delta x_{\mathrm{P}})-U(x_{\mathrm{P}})\\&=\frac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}\left\{(d+x_{\mathrm{P}}+\Delta x_{\mathrm{P}})(2d-x_{\mathrm{P}}-\Delta x_{\mathrm{P}})-(d+x_{\mathrm{P}})(2d-x_{\mathrm{P}})\right\}\\&\fallingdotseq\boldsymbol{\frac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}(2x_{\mathrm{P}}-d)}\times(-\Delta x_{\mathrm{P}})\end{aligned}$$

(4)　Pの上面が位置 x_{P} にあるとき，ばねの縮みは $x_{\mathrm{P}}-\dfrac{d}{2}$ である。したがってPにはたらく合力は $+x$ 向きを正として，以下のように表せる。

$$F=\frac{Q^2}{6\varepsilon_0 Sd}(2x_{\mathrm{P}}-d)-k\left(x_{\mathrm{P}}-\frac{d}{2}\right)-mg\cdots①$$

Pが等加速度運動を行うので，合力 F は x_{P} によらず一定である。したがって①式の x_{P} の係数が0となる。よって $k=\boldsymbol{\dfrac{Q^2}{3\varepsilon_0 Sd}}$

(5)　求める電流の大きさ I は極板Bの電荷 Q_{B} を用いて以下のように求まる。

$$I=\left|\frac{\Delta Q_{\mathrm{B}}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{\Delta\left(\dfrac{d+x_{\mathrm{P}}}{3d}Q\right)}{\Delta t}\right|=\frac{Q}{3d}\left|\frac{\Delta x_{\mathrm{P}}}{\Delta t}\right|$$

ここで $v=\left|\dfrac{\Delta x_{\mathrm{P}}}{\Delta t}\right|$ はPの速さを表す。そこで，v を求める。①式に(4)の答を代入すると $F=-mg$ となる。このときPは加速度 $-g$ で等加速度運動を行い，Pが極板Bに衝突する直前のPの速さ v は

$$v^2-0^2=2(-g)(-2d)\qquad\therefore\ v=2\sqrt{gd}$$

よって $I=\dfrac{Q}{3d}v=\boldsymbol{\dfrac{2}{3}Q\sqrt{\dfrac{g}{d}}}$

<次頁につづく>

3

(1)　ウ　　(2)　ウ　　(3)　エ　　(4)　ア　　(5)　イ

解説

(1)　求める距離を b とすると，レンズの式より，

$$\frac{1}{40}+\frac{1}{b}=\frac{1}{30}\quad \therefore b=120\text{mm}$$

よって，選択肢は **ウ**

(2)　凸レンズ 1 から像までの距離は $250-30=220$mm なので，物体と凸レンズ 1 との距離を a，倍率を m とすると，レンズの式より，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{-220}=\frac{1}{30}\quad \therefore m=\left|\frac{-220}{a}\right|=\left|\frac{220}{30}+1\right|=\frac{25}{3}\fallingdotseq 8.3\text{ 倍}$$

よって，選択肢は **ウ**

(3)　(1) より，凸レンズ 1 による像は，凸レンズ 1 の右方 120mm の位置にできる．凸レンズ 2 から像までの距離は $250-50=200$mm なので，求める距離を x とすると，レンズの式より，

$$\frac{1}{x-120}+\frac{1}{-200}=\frac{1}{50}\quad \therefore x=160\text{mm}$$

よって，選択肢は **エ**

(4)　(1) より，凸レンズ 1 による倍率は $\frac{120}{40}=3$ 倍．また，(3) より，凸レンズ 2 による倍率は $\left|\frac{-200}{x-120}\right|=\frac{200}{40}=5$ 倍．したがって，拡大された像の倍率は $3\times5=15$ 倍.
よって，選択肢は **ア**

(5)　物体と凸レンズ 1 との見かけの距離は $\frac{48}{4/3}=36$mm となる．凸レンズ 1 と凸レンズ 1 による像との距離を b_1 とすると，レンズの式より，

$$\frac{1}{36}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{30}\quad \therefore b_1=180\text{mm}$$

となるので，凸レンズ 1 による倍率は $\frac{180}{36}=5$ 倍.
また，凸レンズ 2 から像までの距離は $250-50=200$mm である．凸レンズ 1 と凸レンズ 2 との距離を y とすると，レンズの式より，

$$\frac{1}{y-180}+\frac{1}{-200}=\frac{1}{50}$$

であるから，凸レンズ 2 による倍率は $\frac{200}{y-180}=\frac{200}{50}+1=5$ 倍.
したがって，拡大された像の倍率は $5\times5=25$ 倍
よって，選択肢は **イ**

＜次頁につづく＞

$\boxed{4}$

(1)　オ　　(2)　カ　　(3)　イ　　(4)　ウ　　(5)　ウ

解説

(1)　1 秒間に 1 個の分子がピストンの内壁に与える力積の総和を求めればよい.

$$2mv_z \cdot \frac{v_z}{2L} = \text{オ}.\ \boldsymbol{\frac{m{v_z}^2}{L}}$$

(2)　$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$ とおく．1 秒間に 1 個の分子が円柱容器側面の内壁に与える力積の大きさの総和を求めればよい.

$$2mv\cos\theta \frac{v}{2r\cos\theta} = \text{カ}.\ \boldsymbol{\frac{m({v_x}^2 + {v_y}^2)}{r}}$$

(3)　等方性より $\overline{{v_x}^2} = \overline{{v_y}^2} = \overline{{v_z}^2} = \dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ となることに注意する．(2) を全分子について足して円柱容器側面の内壁の面積で割ればよい.

$$P = \frac{1}{2\pi rL}\sum_{i=1}^{nN_\mathrm{A}}\left\{\frac{m({v_{xi}}^2 + {v_{yi}}^2)}{r}\right\} = \text{イ}.\ \boldsymbol{\frac{nN_\mathrm{A}m\overline{v^2}}{3\pi r^2 L}}$$

（注）ピストンの内壁について考えてもよい.

(4)　単原子分子理想気体なので，ウ．$\boldsymbol{\dfrac{3}{2}nRT}$

（注）(3) と理想気体の状態方程式から求めてもよいが時間がかかる.

(5)　1 秒間の気体分子 1 個の運動エネルギーの変化に，Δt〔s〕間の衝突回数をかければよい.

$$\left\{\frac{1}{2}m(v_z - 2w)^2 - \frac{1}{2}m{v_z}^2\right\}\frac{v_z\Delta t}{2L} \fallingdotseq \text{ウ}.\ \boldsymbol{-\frac{m{v_z}^2}{L}w\Delta t}$$

＜次頁につづく＞

講評

1 [力学：斜方投射]（やや難）

斜方投射自体は定番の問題であるものの，この問題は (1) から難易度が高く驚いた受験者も多かったことでしょう．ミスが連鎖し易いタイプの問題なので，計算を慎重に進める必要がありますが，(2) 以降の計算も重く全ての問題を解き切ろうとすると時間が足りなくなるかもしれません．(5) は他の問題と関係なく解けますが，要領良くこの問題だけ解くというのも難しいかもしれません．

2 [電磁気：コンデンサー]（やや難）

前半は標準的な内容です．問題文中にヒントになる式もあるので (3) までは完答してほしい問題です．(4) 以降の問題は，前半部分から続く長い文章を正しく読む必要があり，バネの自然長についての記述を読み落として時間をロスした受験者もいるかもしれません．

3 [波動：レンズ]（標準）

前半は標準的なレンズの問題です．後半は，組合わせレンズの問題ですが，像の位置からレンズ間の距離や倍率を逆算するので少し戸惑ったかもしれません．できれば完答してほしい．

4 [熱：理想気体の分子運動論]（標準）

ピストンのついた円筒容器内の理想気体の分子運動論の問題です．類題を解いたことがあるかどうかで差がつくでしょう．(5) の難易度はやや高めです．

総評

2023 年度の 2 日目の難易度は 1 日目より難化しました．2022 年度の 2 日目と同程度でした．大問 3 や大問 4 のように標準的なマークの問題を先に解き，大問 1 や大問 2 の記述部分を時間内に解ける分だけ解けば十分でしょう．目標得点率は 50%.