解答速報

関西医科大学（前期）　数学

2023年 1月　28日実施

I　以下の設問に答えよ。各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し，上の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1)　$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)-4ab$ を因数分解せよ。

(2)　$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)=4ab$ を満たす整数 a, b の組で，$a<b$ の条件を満たすものは $\boxed{\quad ア \quad}$ 組あり，そのなかで a, b のどちらも正の整数となる組 $(a,\ b)$ は $\boxed{\quad イ \quad}$ である。

解答

(1)　2 乗の差の形を作る．

$$\begin{aligned}
&(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)-4ab\\
&=(a^2-1)(b^2-1)-4ab\\
&=a^2b^2-a^2-b^2+1-4ab\\
&=a^2b^2-2ab+1-(a^2+2ab+b^2)\\
&=(ab-1)^2-(a+b)^2\\
&=\boldsymbol{(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)}
\end{aligned}$$

別解

a で整理する．

$$\begin{aligned}
&(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)-4ab\\
&=(a^2-1)(b^2-1)-4ab\\
&=(b^2-1)a^2-4ba-(b^2-1)\\
&=\{(b+1)a+(b-1)\}\{(b-1)a-(b+1)\}\\
&=\boldsymbol{(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)}
\end{aligned}$$

(2)　$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)=4ab \iff (ab+a+b-1)(ab-a-b-1)=0$ より，

$$ab+a+b-1=0 \quad または \quad ab-a-b-1=0$$

$$\iff (a+1)(b+1)=2 \quad または \quad (a-1)(b-1)=2$$

$a < b$ に注意すると

$$(a,\ b) = (2,\ 3),\ (-1,\ 0),\ (-3,\ -2),\ (0,\ 1)$$

よって，$a,\ b$ の組は **4** 組であり，そのなかで $a,\ b$ のどちらも正の整数となる組は $(a,\ b) = \mathbf{(2,\ 3)}$ である．

II　初項 $a_1=2$ の等差数列 $\{a_n\}$ と初項 $b_1=0$ の等差数列 $\{b_n\}$ があり，ある自然数 k に対して $a_{k+1}=b_{k+1}$ と $a_{2k+1}=0$ がどちらも成立している。これらの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を用いて，数列 $\{c_n\}$ を $c_1=1$, $c_{n+1}=\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}\cdot c_n$ (ただし，n は自然数) と定めるとき，以下の設問に答えよ。

なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し，上の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1) a_2 を k を用いて表し，a_{k+1} の値を求めよ。

(2) b_2 を k を用いて表し，b_{2k+1} の値を求めよ。

(3) c_k を k を用いて表し，c_{2k} の値を求めよ。

(4) c_n が最大値をとるときの n を，k を用いて表せ。

(5) $\displaystyle\sum_{r=1}^{2k} c_r$ を，k を用いて表せ。

解答

$a_{k+1}=b_{k+1}\cdots$①, $a_{2k+1}=0\cdots$② とする.

(1) $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の公差をそれぞれ p, q とすると，$a_n=2+(n-1)p$, $b_n=(n-1)q$ である.

② より $2+2kp=0 \iff p=-\dfrac{1}{k}$.

よって $a_n=2-\dfrac{n-1}{k}$ なので $a_2=\boldsymbol{2-\dfrac{1}{k}}$.

また，$a_{k+1}=2-\dfrac{k}{k}=\mathbf{1}$.

(2) ① より $2+kp=kq$ であり $p=-\dfrac{1}{k}$ なので $q=\dfrac{1}{k}$.

よって $b_n=\dfrac{n-1}{k}$ であるから $b_2=\boldsymbol{\dfrac{1}{k}}$.

また $b_{2k+1}=\dfrac{2k}{k}=\mathbf{2}$.

(3) $n\geqq 2$ のとき,

$$\begin{aligned}
c_n &= \frac{a_n}{b_n}\cdot c_{n-1}\\
&= \frac{2-\dfrac{n-1}{k}}{\dfrac{n-1}{k}}\cdot c_{n-1}\\
&= \frac{2k-(n-1)}{n-1}\cdot c_{n-1}\\
&= \frac{2k-(n-1)}{n-1}\cdot\frac{2k-(n-2)}{n-2}\cdot c_{n-2}\\
&\ \ \vdots\\
&= \frac{2k-(n-1)}{n-1}\cdot\frac{2k-(n-2)}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2k-1}{1}\cdot c_1\\
&= \frac{2k-(n-1)}{n-1}\cdot\frac{2k-(n-2)}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2k-1}{1}
\end{aligned}$$

よって，$k\geqq 2$ のとき

$$\begin{aligned}
c_k &= \frac{2k-(k-1)}{k-1}\cdot\frac{2k-(k-2)}{k-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2k-1}{1}\\
&= \frac{k+1}{k-1}\cdot\frac{k+2}{k-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2k-1}{1}
\end{aligned}$$

$$= \boldsymbol{\frac{(2k-1)!}{(k-1)!k!}} \ \boldsymbol{(= {}_{2k-1}\mathrm{C}_{k-1})}$$

これは $k=1$ でも成立する．また，

$$\begin{aligned} c_{2k} &= \frac{2k-(2k-1)}{2k-1} \cdot \frac{2k-(2k-2)}{2k-2} \cdot \cdots \cdot \frac{2k-1}{1} \\ &= \frac{1}{2k-1} \cdot \frac{2}{2k-2} \cdot \cdots \cdot \frac{2k-1}{1} \\ &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

(4) $n=2k$ のとき $c_{2k+1} = \dfrac{a_{2k+1}}{b_{2k+1}} \cdot c_{2k} = \dfrac{0}{2} \cdot 1 = 0$ であるから，$n \geqq 2k+1$ のとき帰納的に $c_n = 0$ である．

以下，$1 \leqq n \leqq 2k-1$ において，$c_{n+1} = \dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}} \cdot c_n$ における c_n の係数 $\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}}$ と 1 の大小を比較する．

$\dfrac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \dfrac{2k-n}{n} > 1$ を解くと $1 \leqq n < k$.

同様に

$$\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = 1 \iff n = k$$
$$0 < \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} < 1 \iff k < n \leqq 2k-1$$

がわかるので，

$$1 = c_1 < c_2 < \cdots < c_{k-1} < c_k = c_{k+1} > c_{k+2} > \cdots > c_{2k} = 1$$

である．

以上から，c_n が最大となる n は $\boldsymbol{n = k,\ k+1}$.

(5) (3) の議論から，$1 \leqq n \leqq 2k$ において $c_n = {}_{2k-1}\mathrm{C}_{n-1}$ であるから

$$\sum_{r=1}^{2k} c_r = \sum_{r=1}^{2k} {}_{2k-1}\mathrm{C}_{r-1} = \sum_{r=0}^{2k-1} {}_{2k-1}\mathrm{C}_r = \boldsymbol{2^{2k-1}} \quad \text{（二項定理による）}$$

III　1 辺の長さが 2 の正三角形とその内接円の接点を A, B, C とする。点 P が内接円の円周上にあるとき，以下の設問に答えよ。

なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し，左の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1)　内接円の中心を O とするとき，線分 OA の長さを求めよ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ の値を求めよ。

(3)　$|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|^2$ の値を求めよ。

(4)　点 P が円周上を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ の最大値および最小値を求めよ。

$\boxed{\text{解答}}$

(1)　内接円の半径を r とおくと，

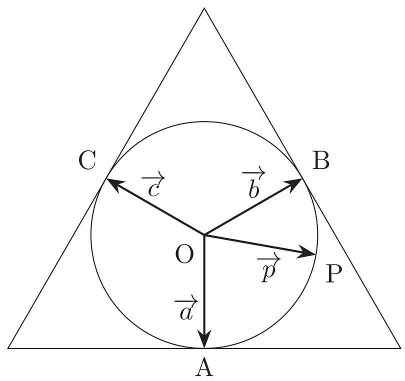
$$\frac{1}{2}(2+2+2)r=\frac{1}{2}\cdot 2^2\sin\frac{\pi}{3}$$

より $r=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$.

$\boxed{\text{別解}}$

O は正三角形の重心なので，AO は三角形の高さの $\frac{1}{3}$ 倍となるので $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ である.

(2)　以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とおく.



明らかに

$$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{p}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{6}$$
$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$$

が成り立つ．よって，

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PA}}\\=&(\vec{a}-\vec{p})\cdot(\vec{b}-\vec{p})+(\vec{b}-\vec{p})\cdot(\vec{c}-\vec{p})+(\vec{c}-\vec{p})\cdot(\vec{a}-\vec{p})\\=&3|\vec{p}|^2-2(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{p}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}\\=&3\cdot\frac{1}{3}-0-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\\=&\boldsymbol{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

(3)

$$
\begin{aligned}
&|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|^2\\
&=|\vec{a}-\vec{p}|^2+|\vec{b}-\vec{p}|^2+|\vec{c}-\vec{p}|^2\\
&=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2+3|\vec{p}|^2-2(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{p}\\
&=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+3\cdot\frac{1}{3}-0\\
&=\mathbf{2}
\end{aligned}
$$

(4)

$$
\begin{aligned}
&\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}\\
&=(\vec{a}-\vec{p})\cdot(\vec{b}-\vec{p})\\
&=|\vec{p}|^2-(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{p}+\vec{a}\cdot\vec{b}\\
&=\frac{1}{3}+\vec{c}\cdot\vec{p}-\frac{1}{6}\\
&=\vec{c}\cdot\vec{p}+\frac{1}{6}\\
&=|\vec{c}||\vec{p}|\cos\angle\mathrm{POC}+\frac{1}{6}\\
&=\frac{1}{3}\cos\angle\mathrm{POC}+\frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

となるので，$\angle\mathrm{POC}=0$ すなわち P が C と一致するとき**最大値** $\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$ となり，$\angle\mathrm{POC}=\pi$ すなわち P が O に関して C と対称な点となるとき**最小値** $\boldsymbol{-\dfrac{1}{6}}$ となる．

IV　xy 平面において，2 点 A$(3,\ 0)$，B$(-3,\ 0)$ からの距離の積が 12 に等しい点 P の軌跡を C とする。

次の問題 ①，問題 ② からいずれか一方のみを選択し，以下の設問に答えよ。なお，解答用紙の選択欄には選択した問題の番号（① または ②）を記入すること。

問題①

(1)　C は x 軸および y 軸に関して対称であることを示せ。

(2)　C と x 軸，C と y 軸との交点の座標をそれぞれ求めよ。

(3)　点 P の y 座標のとりうる値の範囲を求めよ。

(4)　C で囲まれた図形を，y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

問題②

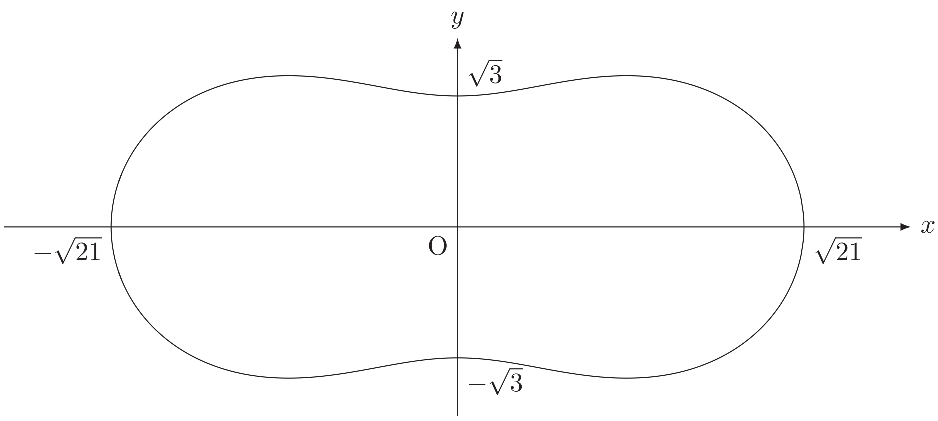
(1)　C は x 軸および y 軸に関して対称であることを示せ。

(2)　C と x 軸との交点の座標を求めよ。

(3)　$f(x)=\log\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)$ とするとき，$f'(x)$ を求めよ。また, 不定積分 $\displaystyle\int 2\sqrt{x^2+4}dx$ を求めよ。

(4)　C で囲まれた図形を，x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

解答



問題①

(1)　$F(x,\ y)=\sqrt{(x-3)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x+3)^2+y^2}$ とおくと，C は $F(x,\ y)=12$ と表される．C を x 軸に関して対称変換した曲線は $F(x,\ -y)=12$ で表されるが,

$$F(x,\ -y)=\sqrt{(x-3)^2+(-y)^2}\cdot\sqrt{(x+3)^2+(-y)^2}=F(x,\ y)$$

だから C は x 軸に関して対称である．また，C を y 軸に関して対称変換した曲線は $F(-x,\ y)=12$ で表されるが,

$$F(-x,\ y)=\sqrt{(-x-3)^2+y^2}\cdot\sqrt{(-x+3)^2+y^2}=F(x,\ y)$$

だから C は y 軸に関して対称である．　（証明終）

(2)　x 軸との交点は $y=0$ を代入すれば求められる．

$$\begin{aligned}&F(x,\ 0)=12\\ \Longleftrightarrow\ &\sqrt{(x-3)^2}\cdot\sqrt{(x+3)^2}=12\\ \Longleftrightarrow\ &|x-3|\cdot|x+3|=12\\ \Longleftrightarrow\ &x^2-9=\pm12\\ \Longleftrightarrow\ &x^2=21,\ -3\end{aligned}$$

$x^2=-3$ は実数解を持たないので $x=\pm\sqrt{21}$ である．したがって，x 軸との交点は $\boldsymbol{(\sqrt{21},\ 0)}$，$\boldsymbol{(-\sqrt{21},\ 0)}$ の 2 つ.

また y 軸との交点は $x=0$ を代入すれば求められる．

$$\begin{aligned} & F(0,\ y)=12 \\ \iff & \sqrt{9+y^2}\cdot\sqrt{9+y^2}=12 \\ \iff & 9+y^2=12 \\ \iff & y=\pm\sqrt{3} \end{aligned}$$

したがって， y 軸との交点は $\boldsymbol{(0,\ \sqrt{3}),\ (0,\ -\sqrt{3})}$ の 2 つ．

(3)　C の方程式を整理する．

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-3)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x+3)^2+y^2}=12 \\ \iff & \{(x-3)^2+y^2\}\{(x+3)^2+y^2\}=144 \\ \iff & (x-3)^2(x+3)^2+\{(x-3)^2+(x+3)^2\}y^2+y^4-144=0 \\ \iff & x^4-2(9-y^2)x^2+y^4+18y^2-63=0 \end{aligned}$$

$x^2=t$ とおくと $t^2-2(9-y^2)t+y^4+18y^2-63=0$ となる．この t に関する 2 次方程式が $t\geqq 0$ の実数解を持つ条件を求めればよい．$g(t)=t^2-2(9-y^2)t+y^4+18y^2-63$ とすると $z=g(t)$ の軸の方程式は $t=9-y^2$ であるから

(i)　$9-y^2<0$ の場合，つまり $y<-3$ または $3<y$ の場合

$g(0)\leqq 0$ が必要十分であるが $g(0)=y^4+18y^2-63=(y^2+21)(y^2-3)\leqq 0 \iff -21\leqq y^2\leqq 3$ であるからこの場合は解なし．

(ii)　$9-y^2\geqq 0$ の場合，つまり $-3\leqq y\leqq 3$ の場合

判別式 D が 0 以上であればよい．

$$D/4=(9-y^2)^2-(y^4+18y^2-63)=-36y^2+144\geqq 0 \iff y^2\leqq 4 \iff -2\leqq y\leqq 2$$

以上より y 座標のとりうる値の範囲は $\boldsymbol{-2\leqq y\leqq 2}$ である．

(この結果より y 切片 $(0,\sqrt{3})$ が極大値でないこと，$(0,\ -\sqrt{3})$ が極小値ではないことがわかり，グラフの概形が最初の図のようになることが予想される.)

$\boxed{\text{別解}}$

C の方程式を整理すると $(x^2+y^2+9)^2=36x^2+144$ であるが，$x^2+y^2+9>0$ より

$$x^2+y^2+9=6\sqrt{x^2+4} \iff y^2=-(x^2+9)+6\sqrt{x^2+4} \quad (=h(x)\text{ とおく})$$

となる．ここで，$h'(x)=\dfrac{2x(3-\sqrt{x^2+4})}{\sqrt{x^2+4}}$ より $x\geqq 0$ の範囲で $h'(x)=0$ を解くと $x=0,\ \sqrt{5}$ となるので，$h(x)$ の増減は次のようになる．

x	0	$\cdots$	$\sqrt{5}$	$\cdots$	$\sqrt{21}$
$h'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

したがって，$0\leqq h(x)\leqq 4 \iff 0\leqq y^2\leqq 4$ となるので， $\boldsymbol{-2\leqq y\leqq 2}$ である．

(4)　C の方程式は $x^2=9-y^2\pm\sqrt{-36y^2+144}=9-y^2\pm 6\sqrt{4-y^2}$ と表される．$y=2$ のとき $x^2=5$ であるから，y に対する x の個数を考慮して，グラフは $(0,\ \sqrt{3})$ から $(\sqrt{5},\ 2)$ までは単調増加，$(\sqrt{5},\ 2)$ から $(\sqrt{21},\ 0)$ までは単調減少であることがわかる．従って $0\leqq x\leqq\sqrt{5}$ のとき $x^2=9-y^2-6\sqrt{4-y^2}$, $\sqrt{5}\leqq x\leqq\sqrt{21}$ のとき $x^2=9-y^2+6\sqrt{4-y^2}$ である．

これより y 軸周りの回転体の体積 V_y は

$$\begin{aligned} V_y &= 2\pi \int_0^2 \left(9 - y^2 + 6\sqrt{4-y^2}\right) dy - 2\pi \int_{\sqrt{3}}^2 \left(9 - y^2 - 6\sqrt{4-y^2}\right) dy \\ &= 2\pi \int_0^{\sqrt{3}} \left(9 - y^2\right) dy + 12\pi \int_0^2 \sqrt{4-y^2} dy + 12\pi \int_{\sqrt{3}}^2 \sqrt{4-y^2} dy \end{aligned}$$

と表される．それぞれの定積分の値は

$$\int_0^{\sqrt{3}} \left(9 - y^2\right) dy = \left[9y - \frac{y^3}{3}\right]_0^{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3} - \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\int_0^2 \sqrt{4-y^2} dy = \pi \qquad \text{（図 1 を参照）}$$

$$\int_{\sqrt{3}}^2 \sqrt{4-y^2} dy = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{（図 2 を参照）}$$

であるから

$$\begin{aligned} V_y &= 2\pi \cdot 8\sqrt{3} + 12\pi^2 + 12\pi \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= 16\sqrt{3}\pi + 12\pi^2 + 4\pi^2 - 6\sqrt{3}\pi \\ &= \boldsymbol{16\pi^2 + 10\sqrt{3}\pi} \end{aligned}$$

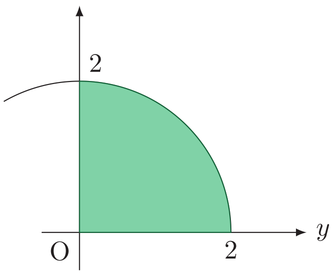


図 1

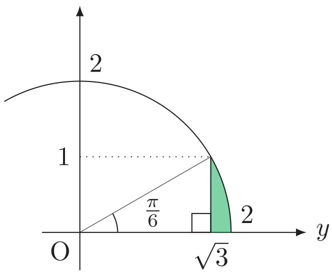


図 2

問題②

(1)　問題① と同じ

(2)　問題① を参照

(3)　$f(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2+4}\right)$ を微分すると

$$f'(x) = \frac{1 + \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}}{x + \sqrt{x^2+4}} = \frac{\sqrt{x^2+4} + x}{\sqrt{x^2+4}\left(x + \sqrt{x^2+4}\right)} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}}$$

である．（これより $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} dx = f(x) + K$ （K は積分定数）もわかる．）

また部分積分を利用すると

$$\begin{aligned} &\int \sqrt{x^2+4}\, dx \\ &= x\sqrt{x^2+4} - \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}} dx \\ &= x\sqrt{x^2+4} - \int \frac{(x^2+4) - 4}{\sqrt{x^2+4}} dx \end{aligned}$$

$$= x\sqrt{x^2+4} - \int \sqrt{x^2+4}dx + 4\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}dx$$
$$= x\sqrt{x^2+4} - \int \sqrt{x^2+4}dx + 4f(x) + K \ (K \text{ は積分定数})$$

これより

$$\boldsymbol{\int 2\sqrt{x^2+4}dx = x\sqrt{x^2+4} + 4\log\left(x+\sqrt{x^2+4}\right) + K \ (K \text{ は積分定数})}$$

(4)　C の方程式 $x^4 - 2(9-y^2)x^2 + y^4 + 18y^2 - 63 = 0$ を y について降べきの順に整理すると $y^4 + 2(x^2+9)y^2 + x^4 - 18x^2 - 63 = 0$ となるので

$$\begin{aligned} y^2 &= -x^2 - 9 \pm \sqrt{(x^2+9)^2 - (x^4 - 18x^2 - 63)} \\ &= -x^2 - 9 \pm \sqrt{36x^2 + 144} \\ &= -x^2 - 9 \pm 6\sqrt{x^2+4} \end{aligned}$$

となるが，$y^2 \geqq 0$ より $y^2 = -x^2 - 9 + 6\sqrt{x^2+4}$ である．これより求める体積 V_x は

$$\begin{aligned} V_x &= 2\pi \int_0^{\sqrt{21}} \left(-x^2 - 9 + 6\sqrt{x^2+4}\right) dx \\ &= 2\pi \left[-\frac{x^3}{3} - 9x + 3x\sqrt{x^2+4} + 12\log\left(x + \sqrt{x^2+4}\right)\right]_0^{\sqrt{21}} \\ &= 2\pi \left\{-7\sqrt{21} - 9\sqrt{21} + 15\sqrt{21} + 12\log\left(\sqrt{21}+5\right) - 12\log 2\right\} \\ &= \boldsymbol{\left(24\log\frac{5+\sqrt{21}}{2} - 2\sqrt{21}\right)\pi} \end{aligned}$$

講評

Ⅰ［整数］(標準)

整数 a, b についての方程式を，(整数) $\times$ (整数) $=0$ の形に変形することがポイントとなる．この形に持ち込めればその後は易しかっただけに，この問題で差がつく可能性がある．

Ⅱ［数列］(難)

2 つの等差数列で定義された数列について考える問題．n と k をしっかり区別して議論していく必要がある．(3) の難易度が高く，ここが突破できなかった受験生が大半だと思われる．

Ⅲ［平面ベクトル］(標準)

正三角形とその内接円上の動点について，ベクトルの絶対値や内積の値を考える問題．各ベクトルの始点を O にすればよい，と発想できればあとは難しくない．できれば完答が望まれる．

Ⅳ［数学Ⅲの微積分］(やや難)

2 定点からの距離の積が一定となる点が描く曲線について，回転体の体積を求める問題．回転軸が x 軸か y 軸かで問題を自分で選択するという珍しい出題形式だった．いずれにしても計算はかなり重く，また 4 次式となることから扱いに困った受験生も多いだろう．完答することは難しく，部分点をいかに拾っていくかが重要．なお，この曲線は「カッシーニの卵形線」と呼ばれるものである．

昨年度は，大問が 4 問から 5 問に増えたのだが，本年度は 4 問に戻った．ここ 6 年間ほど，出題形式に何らかの変化が起こり続けている．小問集合がないのは昨年度と同様である．

例年，易しい順に問題が並んでいることが多いが，今回のセットでは Ⅱ と Ⅳ の難易度が高かった．Ⅰ と Ⅲ を完答に近いところまで仕上げ，Ⅱ，Ⅳ でどれだけ立ち回れたかの勝負となる．例年よりは得点差がつきにくいだろう．

目標は 55%．