解答速報

大阪医科薬科大学（後期）　物理

I

2022年3月10日実施

① $\dfrac{mg}{d}$　② $2mg$　③ $2\pi\sqrt{\dfrac{2d}{g}}$

④ $2d$　⑤ $h+\dfrac{d}{2}$　⑥ $2\pi\sqrt{\dfrac{2d}{g}}$

⑦ h　⑧ $\sqrt{\dfrac{(M+2m)gd}{2M+3m}}$

解説

① 物体Bについての力のつりあいより糸の張力の大きさは mg。ばね定数を k とすると，物体Aについての力のつりあいより $kd=mg$ なので，$k=\boldsymbol{\dfrac{mg}{d}}$ [N/m]

② このときバネの自然長からの伸びは $2d$ である。物体Aについての力のつりあいより，張力の大きさ $S=k\cdot 2d=\boldsymbol{2mg}$ [N]

③ ④ Bの台車側面での上下運動における加速度を α とし，糸の張力の大きさを S とする。A，Bの運動方程式は，それぞれ右向きを正，下向きを正として，

$$m\alpha=-k(d+x)+S \tag{1}$$

$$m\alpha=mg-S \tag{2}$$

これらの式から S を消去すると，

$$\alpha=-\frac{k}{2m}x \tag{3}$$

(3) の式から，単振動の角振動数 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{2m}}=\sqrt{\dfrac{g}{2d}}$ であることがわかる。周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{2d}{g}}}$ [s]$\cdots$③

Bが単振動の最高点にあるときの糸の張力 S が0以上であればよい。糸がたるまず単振動が続く場合の振幅が d' なので，Bが最高点にあるときのBに作用する合力は下向きで $F=md'\omega^2=\dfrac{mgd'}{2d}$ である。

$$S=mg-F=mg\left(1-\frac{d'}{2d}\right)\geqq 0 \qquad \therefore\ d'\leqq \boldsymbol{2d}\cdots④$$

⑤ ⑥ あらためて，B の台車側面での上下運動における加速度を α，台車と B の水平運動の加速度を右向きを正として β とする。また，糸の張力の大きさを S とする。台から見た A の運動には，大きさが $m\beta$ で左向きの慣性力が働くことに注意する。A，B の運動方程式はそれぞれ右向きを正，下向きを正として，

$$m\alpha = -k\,(d+x) + S - m\beta \tag{4}$$

$$m\alpha = mg - S \tag{5}$$

これらの式から S を消去すると，

$$\alpha = -\frac{k}{2m}\left\{x - \left(\frac{m(g-\beta)}{k} - d\right)\right\} \tag{6}$$

(6) の式で $\beta = \dfrac{g}{2}$ とすると，振動の中心 $x_{\mathrm{c}} = -\dfrac{1}{2}d$。これは，はじめのつりあいの位置よりも $\dfrac{1}{2}d$ だけ高い位置が振動の中心であることを示す。振動の中心の高さは $\boldsymbol{h + \dfrac{d}{2}}$ [m] $\cdots$ ⑤

$\beta = \dfrac{1}{2}g$ の場合でも，$\beta = 0$ の場合と ω の値は変わらないので，周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{2d}{g}}}$ [s] $\cdots$ ⑥

⑦ ⑧ 台車と B との間でやりとりされる垂直抗力の大きさは $m\beta$ であるので，右向きを正とした台車の運動方程式は，

$$M\beta = +k\,(d+x) - S - m\beta \tag{7}$$

(4)(5)(7) の式から，β および S を消去すると，

$$\alpha = -\frac{(M+2m)k}{m\,(2M+3m)}x \tag{8}$$

(8) より，B は $x = 0$ を中心とする角振動数 $\omega' = \sqrt{\dfrac{(M+2m)k}{m(2M+3m)}} = \sqrt{\dfrac{(M+2m)g}{(2M+3m)d}}$ の単振動。

単振動の速さは振動の中心でもっとも大きくなるので，$x = 0$ となる床からの高さ $\boldsymbol{h}$ [m] $\cdots$ ⑦

単振動の振幅が d なので，$v_0 = d\omega' = \boldsymbol{\sqrt{\dfrac{(M+2m)gd}{2M+3m}}}$ [m/s] $\cdots$ ⑧

＜次頁につづく＞

II

(1) $\dfrac{c}{n}$ [m/s]　　(2) $\dfrac{1}{n}$　　(3) $\sqrt{n^2-1}$

(4) $\dfrac{L}{\sin r}$ [m]　　(5) $\dfrac{n^2L}{c}$ [s]　　(6) $\dfrac{n(n-1)L}{c}$ [s]

解説

(1) 屈折率の定義より，円柱内部における光の速さは，$\boldsymbol{\dfrac{c}{n}}$ **[m/s]**

(2) 円柱内部の壁面における屈折の法則より，$n\sin r = 1\cdot\sin\dfrac{\pi}{2}$　　$\therefore\ \sin r = \boldsymbol{\dfrac{1}{n}}$

(3) 面 P に入射した光の屈折角が $\dfrac{\pi}{2}-r$ となることから，屈折の法則より，

$$1\cdot\sin i = n\sin\left(\frac{\pi}{2}-r\right)$$

が成り立つ。したがって，

$$\sin i = n\cos r = n\sqrt{1-\sin^2 r} = \boldsymbol{\sqrt{n^2-1}}$$

(4) 求める長さを X とすると，$X\sin r = L$　　$\therefore\ X = \boldsymbol{\dfrac{L}{\sin r}}$ **[m]**

(5) 求める時間は，$\dfrac{L}{\sin r}\div\dfrac{c}{n} = \dfrac{nL}{c\sin r} = \boldsymbol{\dfrac{n^2L}{c}}$ **[s]**

(6) 入射角 0，i で面 P に入射した光が円筒内部を進む時間はそれぞれ $\dfrac{nL}{c}$，$\dfrac{n^2L}{c}$ であるから，光が面 Q に到達したときの点灯時間は $T+\dfrac{n^2L}{c}-\dfrac{nL}{c}$ となる。この時間が点灯消灯の周期 $2T$ 以上になると，途切れなく光が届くようになるので，

$$T+\frac{n^2L}{c}-\frac{nL}{c} \geqq 2T \iff \frac{n(n-1)L}{c} \geqq T$$

よって，求める時間は，$\boldsymbol{\dfrac{n(n-1)L}{c}}$ **[s]**

＜次頁につづく＞

III

① $k\dfrac{e^2}{r}$	② $\dfrac{1}{2}mv^2$	③ $-k\dfrac{e^2}{r}$	④ $-\dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}$	⑤ $\dfrac{nh}{mv}$
⑥ $\dfrac{n^2}{me^2k}$	⑦ $-\dfrac{k^2me^4}{n^2}$	⑧ $\dfrac{hc}{\lambda}$	⑨ -1.5	⑩ 1.0×10^{-7}

解説

① 運動方程式 $m\dfrac{v^2}{r}=k\dfrac{e^2}{r^2}$ より $mv^2=\boldsymbol{k\dfrac{e^2}{r}}$

④ $\dfrac{1}{2}mv^2-k\dfrac{e^2}{r}=\dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}-k\dfrac{e^2}{r}=\boldsymbol{-\dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}}$

⑤ ドブロイ波長が $\dfrac{h}{mv}$ と表されることと量子条件より $2\pi r=\boldsymbol{\dfrac{nh}{mv}}$

⑥ ⑤より $r_n=\dfrac{nh}{2\pi mv}$ である。また①より $v=e\sqrt{\dfrac{k}{mr_n}}$ であるから，これを代入して整理すると

$r_n=\dfrac{h^2}{4\pi^2}\times\boldsymbol{\dfrac{n^2}{me^2k}}$

⑦ ③⑥より $E_n=-k\dfrac{e^2}{2r_n}=\dfrac{2\pi^2}{h^2}\times\left(\boldsymbol{-\dfrac{k^2me^4}{n^2}}\right)$

⑨ $E_1:E_3=1:\dfrac{1}{3^2}=9:1$ より $E_3=-1.51\cdots\fallingdotseq\boldsymbol{-1.5}$ eV

⑩ $E_3-E_1\fallingdotseq12.1\text{ eV}=12.1\times(1.6\times10^{-19})$ J である。⑧より $\dfrac{hc}{\lambda}=12.1\times(1.6\times10^{-19})$ すなわち

$\lambda=\dfrac{hc}{12.1\times(1.6\times10^{-19})}\fallingdotseq\boldsymbol{1.0\times10^{-7}}$ m

IV

(1) $t = \dfrac{v}{\sqrt{3}g}$ [s]　　$h = \dfrac{v^2}{6g}$ [m]

(2) $\dfrac{5}{3}$倍

(3) ① 7.8×10^{18}　　② 9.8×10^{4}

(4)
- 電球を 20 Ω の抵抗と直列につないだとき
  電球：51 W　　抵抗：205 W
- 電球と抵抗の消費電力が等しいとき
  抵抗：184 W

解説

(1) 落下直前の小球の速度の各成分の関係より, $\tan 30° = \dfrac{gt}{v}$。したがって, $t = \boldsymbol{\dfrac{v}{\sqrt{3}g}}$ **[s]**, $h = \dfrac{1}{2}gt^2 = \boldsymbol{\dfrac{v^2}{6g}}$ **[m]**

(2) はじめの A 室および B 室内の気体の体積をそれぞれ V, $2V$, 両室内の気体の温度と圧力をそれぞれ T_1, p_1 とおく。温度調整器 C を働かせた後の A 室および B 室内の気体の体積をそれぞれ V_A と V_B, 両室の圧力を p_2 とおく(注)。ボイル・シャルルの法則より

$$\begin{cases} \mathrm{A}: \dfrac{p_1 V}{T_1} = \dfrac{p_2 V_A}{T_1} \cdots ① \\ \mathrm{B}: \dfrac{2p_1 V}{T_1} = \dfrac{p_2 V_B}{2T_1} \cdots ② \end{cases}$$

また温度調節器を働かせる前後での気体の体積の関係は $3V = V_A + V_B \cdots$③ である。①式より $V_A = \dfrac{p_1 V}{p_2}$, ②式より $V_B = \dfrac{4p_1 V}{p_2}$ となるので, これらを③式に代入して整理すると, $p_2 = \boldsymbol{\dfrac{5}{3}} p_1$

(注) ピストンにはたらく力のつりあいより温度調整器が働いた後も A と B の圧力は等しい。

(3) 1 個のウラン 235 の原子核が核分裂をするとき, 電力に変換されるエネルギーは $3.2 \times 10^{-11} \cdot 0.4$ J である。毎秒 N 個が核分裂をするなら, 発電出力は $3.2 \times 10^{-11} \cdot 0.4 \cdot N$ [W] であり, これが 1.0×10^8 W と等しいので, $3.2 \times 10^{-11} \times 0.4 \cdot N = 1.0 \times 10^8$ より

$N = \dfrac{1.0 \times 10^8}{3.2 \times 10^{-11} \cdot 0.4} \fallingdotseq \boldsymbol{7.8 \times 10^{18}}$ 個/s となる。

1 年間 (3.2×10^7 s) に核分裂するウラン 235 の質量は, ウラン 235 の質量数が 235 なので,

$\dfrac{7.8 \times 10^{18}\ [\text{個/s}] \cdot 3.2 \times 10^7\ [\text{s}]}{6.0 \times 10^{23}\ [\text{/mol}]} \cdot 235\ [\text{g/mol}] = 977.6 \times 10^2 \fallingdotseq \boldsymbol{9.8 \times 10^4}$ g

(4)
- 20 Ω の抵抗と電球を直列接続したとき
  電球の電圧と電流をそれぞれ V, I とおく。キルヒホッフの第 2 法則より, $80 = 20I + V$。この式で表される直線と特性曲線の交点を読み取り, $V = 16$ V, $I = 3.2$ A　したがって, 電球の消費電力は $IV = 16 \times 3.2 = 51.2 \fallingdotseq \mathbf{51}$ W であり, 抵抗の消費電力は $I(80 - V) = 3.2 \times 64 = 204.8 \fallingdotseq \mathbf{205}$ W となる。
- 電球と抵抗の消費電力が等しいとき
  電球の電圧と電流をそれぞれ V', I' とおく。電球と抵抗は直列なので, 抵抗の電流も I' である。題意より電球と抵抗の消費電力が等しいので, このとき抵抗の電圧も V' である。したがってキルヒホッフの第 2 法則より, $2V' = 80$　$\therefore V' = 40$ V となるので, 特性曲線より $I' = 4.6$ A である。このとき抵抗の消費電力は $I'V' = 4.6 \cdot 40 = \mathbf{184}$ W

的中!!

大阪医科薬科大学 直前対策授業（3月8日実施）

問題2–3　90 V の電源，電球 L，可変抵抗 R_1，R_2 およびスィッチ S からなる図1の回路がある。電球の電圧電流特性の曲線を図2に示す。可変抵抗は，抵抗値が 0 Ω〜100 Ω まで変化できる。以下の $\boxed{}$ に数値を入れよ。

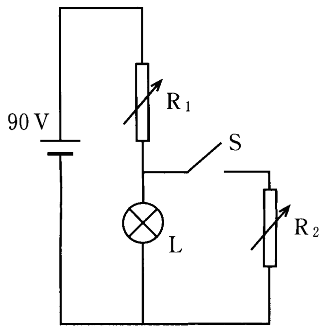

図1　回路

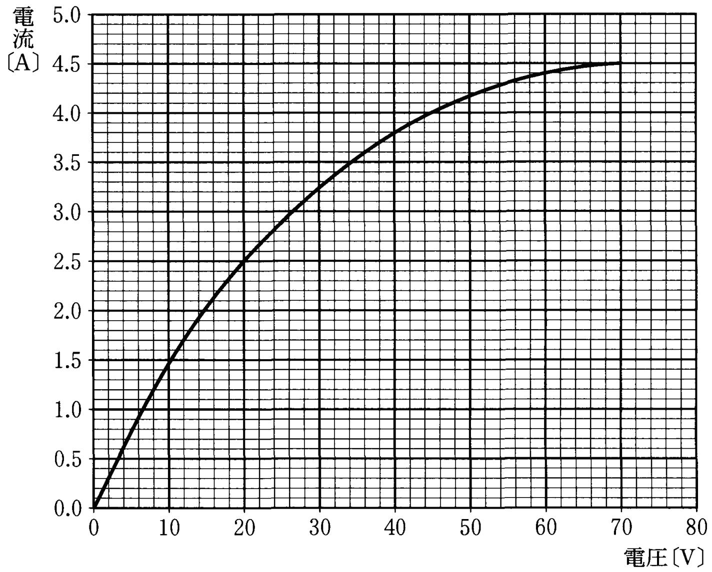

図2　電球の電圧電流特性

(1) S を開放して，R_1 を 20 Ω とすると，電球に流れる電流 I [A] は，電球での電圧降下を V [V] として，電球の電圧電流特性曲線と $I = \boxed{①} - \boxed{②} \times V$ との交点から求まり，$\boxed{③}$ A である。R_1 を小さくして，$\boxed{④}$ Ω にすると，電球と R_1 での電力消費が等しくなり，消費電力は $\boxed{⑤}$ W となる。

講評

Ⅰ ［力学：運動方程式と単振動］（標準）

滑車とばねを介して結ばれた 3 物体の単振動の問題。⑥までは完答したい。最後は台車を床に固定しない場合を考えるがこれはやや計算が多く，時間がかかるので後回しでもよいだろう。

Ⅱ ［波動：透明な円柱を伝わる光］（標準）

標準的な光ファイバーの問題の類題。(5) までは完答したい。(6) は状況を正確に把握出来ていないと手が出ないかもしれない。

Ⅲ ［原子：ボーアの理論］（やや易）

標準的なボーアの理論の問題。完答したい。

Ⅳ ［小問集合］（標準）

小問集合は，2022 年度前期は 3 問だったが 4 問に増えた。(4) の消費電力が等しくなる場合はやや難しい。

2021 年度後期と比べて易化した。2022 年度前期に比べても若干易しい。大問Ⅰおよび大問Ⅱの最後および，大問Ⅳの (4) がやや難しいが他は標準的。問題量が多いので，時間のかからない問題を手早く処理できたかどうかで点差がつく。
目標は 80%。