

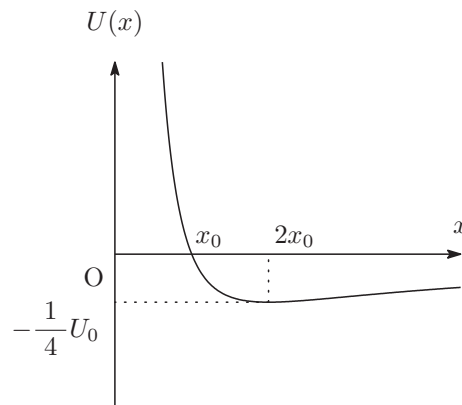
## 近畿大学医学部(推薦) 物理

2019年11月17日実施

I

略解

- 1 1     2 2     3  $-\frac{1}{4}$      4 下図     5 2     6  $-\frac{1}{4}$   
 7 0     8  $\frac{1}{16}$      9  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$



解説

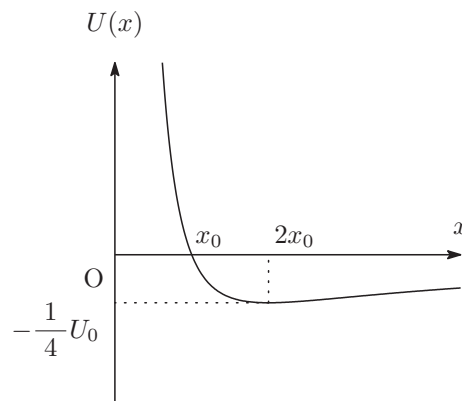
1  $U(x) = U_0 \left( \frac{x_0^2}{x^2} - \frac{x_0}{x} \right) = U_0 \left( \frac{x_0(x_0 - x)}{x^2} \right) = 0$  を解くと  $x = 1 \times x_0$ 。

2  $\frac{dU}{dx} = U_0 \frac{x_0}{x^2} \left( -2 \frac{x_0}{x} + 1 \right)$  より  $\frac{dU}{dx} = 0 \iff x = 2 \times x_0$ 。(注: 微分を用いなくとも,  $t = \frac{x_0}{x}$  と

において  $U(x) = U_0(t^2 - t) = U_0 \left( t - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4}$  から答えを求めることもできる。)

3  $U(2x_0) = -\frac{1}{4} \times U_0$ 。

4 通る点をプロットすることにより, 下図のグラフが得られる。



5  $\frac{dU}{dx} = 0$  のとき物体にはたらく力がゼロになるので,  $x_m = 2 \times x_0$ 。

6  7  8

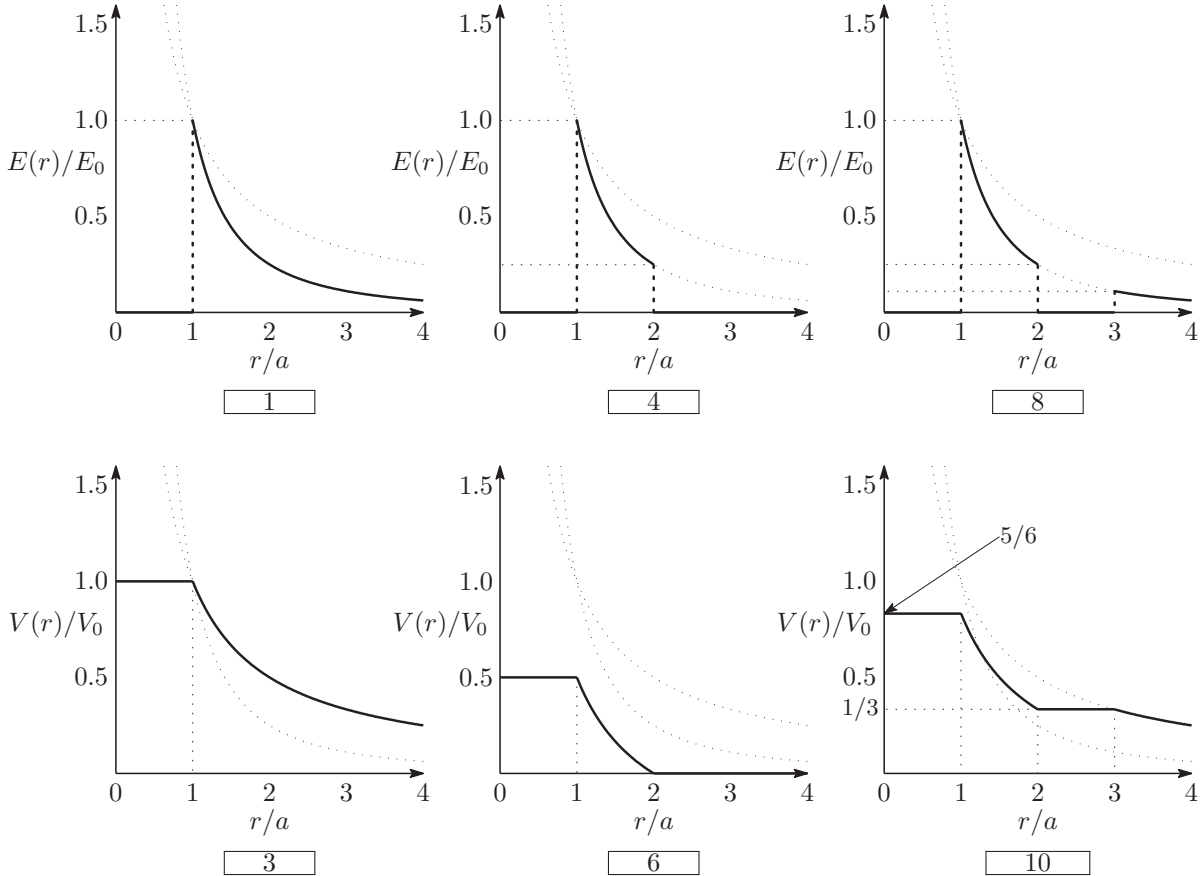
$$\begin{aligned}
 U(x) &= U_0 \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{2x_0}{2x_0 + \Delta} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{2x_0}{2x_0 + \Delta} \right) \right\} \\
 &= U_0 \left\{ \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{\Delta}{2x_0} \right)^{-2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta}{2x_0} \right)^{-1} \right\} \\
 &= U_0 \left\{ \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{\Delta}{2x_0} + \left( \frac{\Delta}{2x_0} \right)^2 \right)^2 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta}{2x_0} + \left( \frac{\Delta}{2x_0} \right)^2 \right) \right\} \\
 &\doteq U_0 \left\{ \frac{1}{4} \left( 1 + \left( \frac{\Delta}{2x_0} \right)^2 - \frac{\Delta}{x_0} + 2 \left( \frac{\Delta}{x_0} \right)^2 \right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{\Delta}{x_0} - \frac{1}{8} \left( \frac{\Delta}{x_0} \right)^2 \right\} \\
 &= U_0 \left( -\frac{1}{4} + 0 \times \frac{\Delta}{x_0} + \frac{1}{16} \times \frac{\Delta^2}{x_0^2} \right)
 \end{aligned}$$

9  $U(x) = -\frac{U_0}{4} + \frac{1}{2} \frac{U_0}{8x_0^2} \Delta^2$  となるが, これは復元力  $-k\Delta$  (ただし  $k = \frac{U_0}{8x_0^2}$ ) による単振動のエネルギーとみなせる。よって求める角振動数は  $\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{U_0}{8x_0^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{U_0}{mx_0^2}}$

II

略解

- 1 下図    2 1    3 下図    4 下図    5  $\frac{1}{2}$   
 6 下図    7 2    8 下図    9  $\frac{5}{6}$     10 下図



解説

(1) 1

$r \geq a$  で  $E(r) = \frac{k_0 Q}{r^2}$ ,  $E_0 = E(a) = \frac{k_0 Q}{a^2}$  より,  $\frac{E(r)}{E_0} = \frac{a^2}{r^2}$  なので  $\frac{1}{r^2}$  のグラフ。導体内は電場 0 になるので,  $0 \leq r < a$  で  $E(r) = 0$

2 3

$r \geq a$  で  $V(r) = \frac{k_0 Q}{r}$  より,  $V_0 = 1 \times \frac{k_0 Q}{a}$  [V],  $\frac{V(r)}{V_0} = \frac{a}{r}$  なので  $1 \leq \frac{r}{a}$  で  $\frac{1}{r}$  のグラフ。導体内は等電位なので,  $0 \leq \frac{r}{a} < 1$  では  $\frac{V(r)}{V_0} = 1$  で一定。

(2) 4

導体球殻 B の内側表面に全電荷  $-Q$  [C] が一様に分布して, 外側表面は帯電しない。したがって電場は AB 間のみが存在し, そのようすは点電荷の場合と同じだから,  $1 \leq \frac{r}{a} \leq 2$  で  $\frac{1}{r^2}$  のグラフ,  $0 \leq \frac{r}{a} < 1$ ,

$2 < \frac{r}{a}$  で  $\frac{E(r)}{E_0} = 0$

5 6

$2a < r$  では電場が 0 なので無限遠まで等電位, したがって  $\frac{V(r)}{V_0} = 0$  で一定。  $a \leq r \leq 2a$  では点電荷の

まわりと同じ電場が存在するので、 $r = a$  と  $r = 2a$  の電位差は  $\frac{k_0Q}{a} - \frac{k_0Q}{2a} = \frac{k_0Q}{2a}$  となるので、 $r = a$  における電位は  $\frac{k_0Q}{2a} = \frac{1}{2} \times V_0$  [V] となる。よって、 $1 \leq \frac{r}{a} \leq 2$  では  $\frac{1}{r}$  のグラフを下に  $\frac{1}{2}$  平行移動する。導体球 A 内は等電位だから、 $0 \leq \frac{r}{a} \leq 1$  では  $\frac{V(r)}{V_0} = \frac{1}{2}$  で一定。

7

AB 間の電位差を  $V$ 、電気容量を  $C$  とすると、 $V = \frac{k_0Q}{2a}$  [V] なので  $C = \frac{Q}{V} = 2 \times \frac{a}{k_0}$  [F]

(3) 8

導体球殻 B の内側表面に  $-Q$  [C]、外側表面に  $+Q$  [C] の電荷がそれぞれ一様に分布するので、 $a \leq r \leq 2a$  と  $3a \leq r$  では点電荷のまわりの電場と同じになる。よって  $1 \leq \frac{r}{a} \leq 2$ 、 $3 \leq \frac{r}{a}$  で  $\frac{1}{r^2}$  のグラフ、 $0 \leq \frac{r}{a} < 1$ 、 $2 < \frac{r}{a} < 3$  で  $\frac{E(r)}{E_0} = 0$  となる。

9 10

$3a \leq r$  では点電荷のまわりと同じ電場が存在するので、電位のグラフも点電荷のまわりと同じになり、 $3 \leq \frac{r}{a}$  で  $\frac{1}{r}$  のグラフで、このとき  $r = 3a$  での電位は  $V(r) = \frac{k_0Q}{3a} = \frac{1}{3}V_0$  [V] となる。 $2a \leq r \leq 3a$  では電場が 0 なので等電位だから、 $\frac{V(r)}{V_0} = \frac{1}{3}$  で一定。 $r = a$  と  $r = 2a$  の間の電位差は点電荷の場合と同じで  $\frac{k_0Q}{a} - \frac{k_0Q}{2a} = \frac{k_0Q}{2a} = \frac{1}{2}V_0$  [V] なので、 $r = a$  での電位は  $\frac{1}{3}V_0 + \frac{1}{2}V_0 = \frac{5}{6} \times V_0$  [V] となる。よって、 $1 \leq \frac{r}{a} \leq 2$  では、 $\frac{1}{r}$  のグラフを下に  $\frac{1}{6}$  平行移動する。導体球 A 内は等電位だから、 $0 \leq \frac{r}{a} \leq 1$  では  $\frac{V(r)}{V_0} = \frac{5}{6}$  で一定。

III

略解

$-2v_x$       $2mv_x$       $2muv_x$       $\frac{v_x \Delta t}{2L}$       $\frac{mv_x^2 u \Delta t}{L}$   
  $\frac{1}{3}$       $\frac{2u \Delta t}{3L}$       $\frac{2}{3}$       $u \Delta t$       $\frac{2}{3R}$

解説

(1)  跳ね返り係数の式より,  $v'_x - (-u) = -1 \cdot \{v_x - (-u)\} \therefore v'_x = -v_x - 2u$

したがって,  $v'_x - v_x = -2v'_x - 2u = -2v_x \times \left(1 + \frac{u}{v_x}\right)$ 。

運動量と力積の関係より, 分子が受けた力積は,  $I_{\text{分子}} = mv'_x - mv_x = -2mv_x \left(1 + \frac{u}{v_x}\right)$

したがって, ピストンが受けた力積は,  $I_{\text{ピストン}} = -I_{\text{分子}} = 2mv_x \times \left(1 + \frac{u}{v_x}\right)$

1回の衝突によって増加する分子の運動エネルギーは,

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_x'^2 - \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m(-v_x - 2u)^2 - \frac{1}{2}mv_x^2 = 2muv_x$$

時間  $\frac{2L}{v_x}$  に1回ピストンに衝突するので, 時間  $\Delta t$  で衝突する回数は,  $\frac{\Delta t}{2L/v_x} = \frac{v_x \Delta t}{2L}$

の結果より,  $\Delta t$ の間の分子のエネルギーの増加は,  $2muv_x \times \frac{v_x \Delta t}{2L} = \frac{mv_x^2 u \Delta t}{L}$

各分子について,  $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$  が成り立つことから, 速さの2乗平均について

$\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = \langle v^2 \rangle$  が成り立つ。また, 分子運動の等方性から

$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$  となるので,  $3 \langle v_x^2 \rangle = \langle v^2 \rangle \therefore \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$

の結果より,  $\Delta t$ の間の分子1個の平均の運動エネルギーの増加は,

$$\frac{\Delta U}{N} = \langle \Delta K \rangle = \frac{m \langle v_x^2 \rangle u \Delta t}{L} = \frac{m \langle v^2 \rangle u \Delta t}{3L} = \frac{2u \Delta t}{3L} \times \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

(2)  の結果より,  $\Delta t$ の間に1個の分子がピストンに与える力積は,  $I_{\text{ピストン}} \times \frac{v_x \Delta t}{2L}$  であるか

ら, 1個の分子がピストンに与える力の大きさ  $f$  は,  $f = 2mv_x \left(1 + \frac{u}{v_x}\right) \frac{v_x}{2L} = \frac{mv_x^2}{L} + \frac{muv_x}{L}$

したがって,  $\langle v_x \rangle = 0$  に注意すると,  $N$  個の分子がピストンに与える力の大きさは,

$$F = N \langle f \rangle = N \frac{m \langle v_x^2 \rangle}{L} + N \frac{mu \langle v_x \rangle}{L} = \frac{2}{3} \times \frac{Nm \langle v^2 \rangle}{2L}$$

$\Delta t$ の間のピストンの移動距離は  $u \Delta t$  であるから,  $W = F \times u \Delta t$

より,  $\Delta U = N \frac{2u \Delta t}{3L} \times \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{Nm \langle v^2 \rangle u \Delta t}{3L}$

より,  $W = F \times u \Delta t = \frac{2}{3} \times \frac{Nm \langle v^2 \rangle}{2L} \times u \Delta t = \frac{Nm \langle v^2 \rangle u \Delta t}{3L}$

よって, ピストンを押す力が行った仕事と気体の内部エネルギーの増加量は等しい。

したがって,  $W = \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T \therefore \Delta T = \frac{2}{3R} \times W$

## 講評

I [力学：与えられた位置エネルギーのもとでの物体の運動](やや難) 問題文で与えられた位置エネルギーに対する力や、力のつり合いの位置付近での小物体の運動についての問題。位置エネルギーの極小点では力がつり合っていることや、力のつり合いの位置付近で小物体が近似的に単振動をすることが分かっているか分からないが、始めてこの問題に触れる学生には難しかったらと思う。ほとんど手がつけられなかった受験生も多かったことだろう。

II [電磁気：帯電した導体球のつくる電場電位・球状コンデンサー](標準) 導体球周辺の電場・電位を考えさせる問題。標準的な内容ではあるが、グラフを描かせる問題が多く作業に時間が取られる。また、電位について正確に理解できていないと後半の電位のグラフは描けないだろう。球状コンデンサーの電気容量も電気容量の定義を用いれば解けるが現役生には難しいだろう。手早く終わらせて他の問題を解く時間を作りたいところ。

III [熱：分子運動論](やや難) (1) は外部からの仕事を介して気体が壁に及ぼす力を求めさせる問題。(2) は力積と運動量の関係から圧力を求める標準的な分子運動論の問題となり得点し易い。□10□も単独で答えられる問題なので得点しておきたい。

IIのグラフを手早く完成させて、IIIで点数を稼ぎたい。Iは電磁気の分野で出題されることがある問題で、一度解いた経験がないと手をつけるのは難しいだろう。目標は、50%。

本解答速報の内容に関するお問合せはメビオ ☎0120-146-156まで

☎ 03-3370-0410

受付時間 8～20時 土日祝可  
<https://yms.ne.jp/>  
 東京都渋谷区代々木 1-37-14



☎ 0120-146-156

携帯からOK 受付時間 9～21時 土日祝可  
<https://www.mebio.co.jp/>  
 大阪府中央区石町 2-3-12 ベルヴォア天満橋