

久留米大学医学部(前期) 物理

2019年2月1日実施

- 1 (1)  $\frac{5}{6}mv^2$       (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}}v$       (3) (カ)      (4)  $\frac{2mv}{\sqrt{3}}$       (5) (イ)      (6) (タ)
- (7)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}kv$       (8)  $\sqrt{5}kv$       (9)  $(k^2 - k)$  倍      (10)  $v\sqrt{4k^2 + 1}$

解説

(1) 運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{2} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}v\right)^2 = \frac{5}{6}mv^2$

(2) 弾性衝突より、全体の運動エネルギーは保存される。また小球 A の速さも変化していないため、小球 B の速さも変化せず  $\frac{2}{\sqrt{3}}v$  となる。

(3) 小球 A の運動量ベクトルの変化を図示すれば、(カ) の方向になる。このベクトルが力積を表している。

(4) 運動量の総和は衝突前後で保存されるため、衝突前の運動量の総和の大きさを求めればよい。小球 A と B の運動量の大きさはそれぞれ  $mv$  と  $\frac{mv}{\sqrt{3}}$  であり、この二つのベクトルを合成すると大きさは  $\frac{2mv}{\sqrt{3}}$  となる。

(5) (4) のベクトルの合成を図形的に考えると、合成された運動量ベクトルは  $x$  軸方向と  $30^\circ$  をなしていることがわかるため (イ) の方向になる。

(6) 衝突後の運動量の総和が (4)(5) で求めた大きさと向きになる。衝突後の小球 A の運動量の大きさは  $mv$  であり、その角度は  $x$  軸と  $60^\circ$  をなしている。よって小球 A と B の運動量を合成すると衝突後の運動量の総和になるということと図形的考察より (タ) の向きと分かる。

(7)(8) 衝突前後の A の速さをそれぞれ  $V, V'$  とすると、運動量保存則より

$$mV = \frac{2}{\sqrt{5}}mV' + \frac{1}{\sqrt{5}}kmv$$

$$0 = \frac{2}{\sqrt{5}}kmv - \frac{1}{\sqrt{5}}mV'$$

が成立。これを解くことにより衝突前の小球 A の速さは  $V = \sqrt{5}kv$  となる。また衝突後の小球 A の速度の  $y$  軸方向成分は  $V' \times \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}kv$  となる。

(9) 衝突前の運動エネルギーの和は  $\frac{1}{2}mv^2 \times 5k^2$  であり、衝突後の運動エネルギーの和は  $\frac{1}{2}mv^2(4k^2 + k)$  である。よって失われた運動エネルギーは  $\frac{1}{2}mv^2(k^2 - k)$  より  $k^2 - k$  倍。

(10) 相対速度の  $y$  軸方向の大きさは  $\frac{2}{\sqrt{5}}kv + \frac{2}{\sqrt{5}}v$ ,  $x$  軸方向の大きさは  $\frac{4}{\sqrt{5}}kv - \frac{1}{\sqrt{5}}v$  である。よって求める相対速度の大きさは  $\sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}kv + \frac{2}{\sqrt{5}}v\right)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{5}}kv - \frac{1}{\sqrt{5}}v\right)^2} = v\sqrt{4k^2 + 1}$  となる。

別解

(i) 重心系の考え方をを用いると計算が楽になる。運動量保存則がなりたつので、重心の運動エネルギーが保存する。このとき力学的エネルギーの変化は相対運動の運動エネルギーの変化と等しくなる。よって換算質量  $\mu = \frac{k}{k+1}m$ , 衝突後の相対速度の大きさを  $u$  として  $-\frac{1}{2}mv^2(k^2 - k) = \frac{1}{2}\mu(u^2 - 5k^2v^2)$ . これを解いて  $u = v\sqrt{4k^2 + 1}$ .

(ii) おそらく出題者の想定解。衝突後の2物体の速度のなす角は  $90^\circ$  であることがわかるので、相対速度の大きさは  $\sqrt{V'^2 + v^2} = v\sqrt{4k^2 + 1}$  となる。

2

(1)  $\frac{3}{2}RT$  [J]

(2) 0 [J]

(3)  $T$  [K]

(4) A:  $\frac{1}{4}$  [mol] B:  $\frac{3}{4}$  [mol]

(5) 物質質量:  $\frac{n+1}{5}$  [mol] 圧力:  $\frac{(2n+1)RT}{5V}$  [Pa] (6) 最小値:  $T$ [K] 最大値:  $2T$ [K]

(7)  $\frac{9}{2}RT$ [J]

解説

(1) 内部エネルギーの公式  $U = \frac{3}{2}nRT$  より  $\frac{3}{2}RT$ [J]

(2) 断熱自由膨張（真空である領域に向かう膨張）なので仕事をしない。0[J]

(3) 断熱かつ仕事をしないので  $T$ [K]

(4) A, B 内の圧力・温度とも等しいので、物質量の比は体積の比に等しい。A:  $\frac{1}{4}$  [mol] B:  $\frac{3}{4}$  [mol]

(5) 物質質量: 前問と同様に考えて  $\frac{n+1}{5}$  [mol]

圧力: 時間が十分に経過した後の温度を  $T'$  とすると

$$\frac{3}{2}(n+1)RT' = \frac{3}{2}RT + \frac{3}{2}nR \cdot 2T$$

である。これより  $T' = \frac{2n+1}{n+1}T$  となる。また、状態方程式より

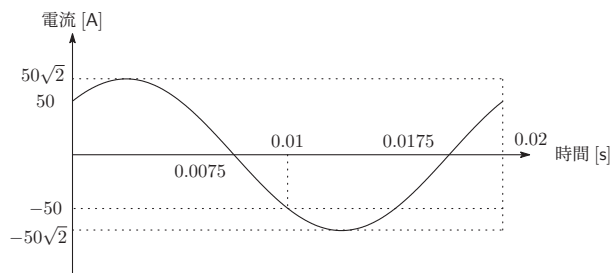
$$P \cdot 5V = (n+1)RT' \\ = (2n+1)RT$$

よって  $P = \frac{(2n+1)RT}{5V}$  [Pa]

(6)  $T' = \left(2 - \frac{1}{n+1}\right)T$  であるので、 $n=0$  のとき最小値  $T$  を、 $n=\infty$  のとき最大値  $2T$  をとる。

(7)  $T' = \frac{2n+1}{n+1}T = \frac{3}{2}T$  より  $n=1$ [mol] であるとわかる。よって容器内の気体の物質量は  $2$ [mol] となるので、加える熱量を  $Q$  として  $\frac{3}{2} \cdot 2 \cdot R \cdot \frac{3}{2}T + Q = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot R \cdot 3T$ . これより  $Q = \frac{9}{2}RT$ [J]

- 3 (1) 抵抗 :  $0[\text{rad}]$  コイル :  $-\frac{\pi}{2}[\text{rad}]$  コンデンサー :  $\frac{\pi}{2}[\text{rad}]$  (2)  $2[\Omega]$  (3)  $50[\text{A}]$  (4)  $\frac{\pi}{4}[\text{rad}]$   
 (5) 下図 (6)  $50\sqrt{2}[\text{Hz}]$  (7)  $\sqrt{2}[\Omega]$



解説

(1) 略

(2) 合成インピーダンス  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$  に値を代入して計算すると,  $Z = 2[\Omega]$ .

(3) 電流と電圧の実効値をそれぞれ  $I_e$ ,  $V_e$  とすると,  $I_e = \frac{V_e}{Z} = 50[\text{A}]$ .

(4) 電源電圧に対する電源電流の位相の遅れを  $\alpha$  とすると  $\tan \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -1$ .

$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$  より  $\alpha = -\frac{\pi}{4}[\text{rad}]$ .  $V = IZ$  より, 電流に対して電圧の位相は  $\alpha$  だけ進む. つまり電圧の位相は電流の位相に対して  $\frac{\pi}{4}[\text{rad}]$  遅れる.

(5) 図より,  $V = \sqrt{2}V_e \sin(2\pi ft)[\text{V}]$  なので, ここまでの計算と  $I_0 = \frac{V_0}{Z}$  より,  $I = \sqrt{2}I_e \sin\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4}\right)[\text{A}]$  であることが分かる. 電流は電圧に対して位相が  $\alpha$  遅れることに注意.

(6)  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ,  $\omega = 2\pi f$  より  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 50\sqrt{2}[\text{Hz}]$

(7) (2) の結果に  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  を代入して,  $Z = R = 2[\Omega]$ .

# 的中!!

## 久留米大学医学部直前講習テキスト (1月31日)

交流電気回路における共振現象を考える. 図2-1に示すように, 抵抗値  $R$  の抵抗器, 自己インダクタンス  $L$  のコイル, 電気容量  $C$  のコンデンサーを角周波数  $\omega$  の交流電源に直列に接続した. 時刻  $t$  に回路を流れる電流を  $I = I_0 \sin \omega t$  とするとき, 交流電源の電圧は  $V = V_0 \sin(\omega t + \delta)$  と表されるものとする. この回路について, 以下の設問に答えよ. ただし,  $\overline{f(t)}$  は関数  $f(t)$  の時間平均を表し,  $\overline{\sin \omega t \cos \omega t} = 0$ ,  $\overline{\sin^2 \omega t} = \overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2}$  である.

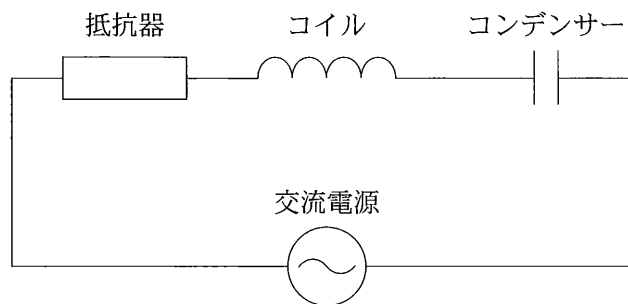


図2-1

- (1) 回路を流れる電流の振幅  $I_0$  および  $\tan \delta$  を,  $V_0, R, L, C, \omega$  のうち必要なものを用いて表せ.
- (2) 交流電源が回路に供給する電力の時間平均  $\overline{P}$  を,  $V_0, R, L, C, \omega$  を用いて表せ. ただし,  $\overline{P}$  は抵抗器で消費される電力の時間平均に等しいことを用いてもよい.
- (3) 交流電源が回路に供給する電力の時間平均は, 角周波数  $\omega$  がある値のときに最大値  $P_0$  となった. 抵抗器の抵抗値  $R$  を,  $P_0$  と  $V_0$  を用いて表せ.
- (4) 交流電源の角周波数が  $\omega_1$  および  $\omega_2$  ( $\omega_2 > \omega_1$ ) のときに, 交流電源が回路に供給する電力の時間平均が前問(3)における  $P_0$  の半分の値  $\frac{P_0}{2}$  となった. コイルの自己インダクタンス  $L$  を,  $V_0, P_0, \Delta\omega$  を用いて表せ. ただし,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  とする.

## 講評

- I [力学：衝突時の運動量とエネルギー]（標準）2物体の衝突という頻出の題材を用いた問題だが、運動量ベクトルの取り扱いなどで少し手間取る可能性はあるだろう。
- II [熱：断熱自由膨張]（標準）さほど出題頻度の高くない断熱自由膨張の問題であり、どう扱えばいいかわからない受験生もいただろう。
- III [電磁気：RLC回路]（やや易）位相の遅れなど、RLC回路に関する基本的な知識が問われており、計算も複雑ではない。グラフに関しても、位相の遅れや実効値を踏まえて描けばよい。

各大問ごとに正答率が低そうな設問は少数あるが、全体的には取り組みやすい問題が多いと言える。目標は、80%。

医学部進学予備校

# メビオ

〒540-0033 大阪市中央区石町2-3-12 ヘルヴォア天満橋

 0120-146-156

<https://www.mebio.co.jp/>

**M e B i o**  
S c h o l a s t i c s 