医学部進学予備校 メビオ 解答速報

藤田医科大学（後期）物理

2019年3月3日実施

I

略解

問 1 $\dfrac{L}{v_0\cos\theta}$

問 2 $x=L-v_0t\cos\theta$，$y=v_0t\sin\theta-\dfrac{1}{2}gt^2$

問 3 $45^\circ<\theta<90^\circ$，$v_1=\sqrt{\dfrac{gL}{2\cos\theta(\sin\theta-\cos\theta)}}$

問 4 $\tan\theta=1+\sqrt{2}$，$v_1=\sqrt{(1+\sqrt{2})gL}$

問 5 $x=ev_1t\cos\theta-eL$

問 6 $v_{\min}=\sqrt{\dfrac{e^2+2e+2}{2e}gL}$

解説

問 1，問 2 小球 P の初速度は，$(v_x,\ v_y)=(-v_0\cos\theta,\ v_0\sin\theta)$．水平方向は等速度運動，鉛直方向は加速度 $-g$ の等加速度運動なので，時刻 t における位置は，$(x(t),\ y(t))=\boldsymbol{(L-v_0t\cos\theta,\ v_0t\sin\theta-\dfrac{1}{2}gt^2)}$

と表せる．したがって，壁に達するまでの時間 t_0 に関して，$x(t_0)=0$ が成り立つので，$t_0=\boldsymbol{\dfrac{L}{v_0\cos\theta}}$.

問 3 $v_0=v_1$ のとき，$v_1t_0\sin\theta-\dfrac{1}{2}g{t_0}^2=L$ を満たすので，

$$\left(v_1\sin\theta-\frac{1}{2}g\frac{L}{v_1\cos\theta}\right)\frac{L}{v_1\cos\theta}=L\qquad\therefore\ v_1=\sqrt{\boldsymbol{\frac{\tan^2\theta+1}{2(\tan\theta-1)}gL}}.$$

したがって，v_1 が存在するためには，$\tan\theta-1>0$ より，$\boldsymbol{45^\circ<\theta<90^\circ}$.

問 4 問 3 の v_1 の右辺で $D=\dfrac{\tan^2\theta+1}{\tan\theta-1}$ とおくと，相加相乗平均の関係を用いて，

$$D=(\tan\theta-1)+\frac{2}{\tan\theta-1}+2\geqq2\sqrt{(\tan\theta-1)\frac{2}{\tan\theta-1}}+2=2\sqrt{2}+2$$

となる．ただし，等号は $\tan\theta=\boldsymbol{\sqrt{2}+1}$ のとき成立するので，v_1 の最小値は，$v_1=\boldsymbol{\sqrt{(\sqrt{2}+1)gL}}$.

解答者注：θ が満たすべき範囲に関しては，$v_0\to\infty$ の極限で定性的に考えて，$45^\circ<\theta<90^\circ$ でもよい．v_1 が最小になるとき $\theta=67.5^\circ$ を求めることもできる．

問 5 衝突後の速度の x 方向成分は $ev_1\cos\theta$ なので，衝突時刻 t_0 より後の P の x 座標は，

$$x=ev_1\cos\theta(t-t_0)=\boldsymbol{ev_1t\cos\theta-eL}.$$

問 6 落下時刻 t_1 に関して，$v_y(t_1/2)=0$ より，$t_1=\dfrac{2v_1\sin\theta}{g}$．したがって，問題文の条件は問 5 より，

$ev_1\cos\theta\dfrac{2v_1\sin\theta}{g}-eL\geqq L$．問 3 の v_1 を代入して整理すると，$\dfrac{2e\sin\theta\cos\theta}{g}\cdot\dfrac{\tan^2\theta+1}{2(\tan\theta-1)}gL\geqq L$

$\therefore\ \tan\theta\leqq1+e$ ……①．ここで，$0\leqq e\leqq1$ であることに注意すると，①の範囲には，問 4 の $1+\sqrt{2}$ は含まれない．したがって，問 3 の解説の D は $1<\tan\theta\leqq\sqrt{2}+1$ のとき単調減少であるであるから，$\tan\theta=e+1$

のとき最小となることがわかる．以上より，$v_{\min}=\sqrt{\boldsymbol{\dfrac{e^2+2e+2}{2e}gL}}$

<次頁につづく>

II

略解

問 1 $\dfrac{V_0}{A_0\omega L}$

問 2 $\dfrac{I_0V_0}{A_0\omega g}$

問 3 g (**解答者注**：導体棒 PQ の質量に関する記述がないが，重りの質量に比べて十分に軽いものと解釈した).

問 4 $\dfrac{V_\infty}{V_0}A_0\omega$

問 5 導体棒に働く力はつりあっているので，導体棒に流れている電流は問 2 と同じく I_0．これは抵抗 1 に流れている電流と等しく，抵抗には電圧 V_∞ がかかっているので求める抵抗値は $\dfrac{V_\infty}{I_0}$.

解説

問 1 棒の速さを v とすると誘導起電力の大きさ $|V_L| = \left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = vBL$．題意より棒は単振動を行うので棒の速さの最大値は $v_{\max} = \omega A_0$．よって $V_0 = v_{\max}BL$．これらを解いて $B = \boldsymbol{\dfrac{V_0}{A_0\omega L}}$.

問 2 棒に働く力のつり合いの式はおもりの質量を m として，$I_0BL = mg$．これを解いて $m = \boldsymbol{\dfrac{I_0V_0}{A_0\omega g}}$.

問 3 おもりをはなした直後は棒の速さが 0．ゆえに棒に生じる誘導起電力の大きさも $|V_L| = 0$ である．したがって棒の質量がおもりの質量に比べて十分小さいと仮定し，棒・糸・おもりを一体と考えて運動方程式をたてると，おもりをはなした直後のおもりの加速度を a として $ma = mg$. $\therefore a = \boldsymbol{g}$.

問 4 十分時間がたった後の棒の速さを v_∞ とする．$|V_L| = v_\infty BL = V_\infty$．これを解いて $v_\infty = \boldsymbol{\dfrac{V_\infty}{V_0}A_0\omega}$

問 5 十分時間がたった後の電流値を I_∞ とする．オームの法則より $I_\infty = \dfrac{V_\infty}{R}$．また，棒に働く力のつりあいより $I_\infty BL = mg$．これらを解いて B, m に問 1，問 2 の値を代入すると $R = \boldsymbol{\dfrac{V_\infty}{I_0}}$.

解答者注：できれば略解に示した方法で素早く解きたいが，思いつかなければここに示したようにいつもの解法を使おう.

＜次頁につづく＞

Ⅲ

略解

問 1　$d\sin\theta \fallingdotseq d\tan\theta$　　問 2　$\dfrac{2d}{L}x$　　問 3　$\dfrac{L\lambda}{4d}$　　問 4　$\dfrac{L\lambda}{2d}$

問 5　(ア) $\dfrac{R}{c}$　(イ) $\dfrac{R-\varDelta}{c}$　(ウ) $\dfrac{R+\varDelta}{c}$　(エ) $\dfrac{\varDelta}{\lambda}$　(オ) $\dfrac{d}{L\lambda}x$

問 6　$\dfrac{L\lambda}{3d}$

問 7　4.0×10^{-3} [m]，8.0×10^{-3} [m]，1.6×10^{-2} [m]

問 8　(C)

問 9　3 つのスリットからの光の位相が全てそろっている場合は振幅が $3A$ となり最も明るい明線となるが，3 つのスリットのうち $\mathrm{S_2}$ のみ逆位相の場合，明るさは極大になるが，振幅が A となりもっとも明るい明線の 1/9 の明るさになる．

解説

問 1　$\mathrm{S_2P}-\mathrm{S_1P} = \boldsymbol{d\sin\theta}$

問 2　$\mathrm{S_3P}-\mathrm{S_1P} = 2d\sin\theta \fallingdotseq 2d\tan\theta = \boldsymbol{\dfrac{2dx}{L}}$

問 3　$\dfrac{2dx}{L} = \dfrac{\lambda}{2} \iff x = \boldsymbol{\dfrac{L\lambda}{4d}}$

問 4

$$
\begin{array}{rccc}
 & \dfrac{2d(x+\varDelta x)}{L} & = & \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda \\
-) & \dfrac{2dx}{L} & = & \left(m-\dfrac{1}{2}\right)\lambda \\
\hline
 & \dfrac{2d\varDelta x}{L} & = & \lambda \qquad \therefore\ \varDelta x = \boldsymbol{\dfrac{L\lambda}{2d}}
\end{array}
$$

問 5　$\mathrm{S_2}$ から出た光が P に達するまでにかかる時間は $\dfrac{R}{c}$ なので，$y_2 = A\sin\dfrac{2\pi c}{\lambda}\left(t-\boldsymbol{\dfrac{R}{c}}\right)$.

同様に考えると $y_1 = A\sin\dfrac{2\pi c}{\lambda}\left(t-\boldsymbol{\dfrac{R-\varDelta}{c}}\right)$，$y_3 = A\sin\dfrac{2\pi c}{\lambda}\left(t-\boldsymbol{\dfrac{R+\varDelta}{c}}\right)$.

これより $y_2+y_1+y_3 = A\left[1+2\cos 2\pi\left(\boldsymbol{\dfrac{\varDelta}{\lambda}}\right)\right]\sin\dfrac{2\pi c}{\lambda}\left(t-\dfrac{R}{c}\right)$.

また，$\varDelta = \dfrac{dx}{L}$ とみなせるので，$\dfrac{\varDelta}{\lambda} = \boldsymbol{\dfrac{dx}{L\lambda}}$

問 6　$\cos 2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right) = -\dfrac{1}{2}$ のとき，すなわち $2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right) = \dfrac{2}{3}\pi$ のときであるから，$x = \boldsymbol{\dfrac{L\lambda}{3d}}$

問 7　それぞれ $2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right) = \dfrac{2}{3}\pi, \dfrac{4}{3}\pi, \dfrac{8}{3}\pi$ のとき，すなわち $x = \dfrac{L\lambda}{3d}, \dfrac{2L\lambda}{3d}, \dfrac{4L\lambda}{3d}$ であるから，

$x = \mathbf{4.0\times10^{-3}}$ [m]，$\mathbf{8.0\times10^{-3}}$ [m]，$\mathbf{1.6\times10^{-2}}$ [m]

<次頁につづく>

問 8 $2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right)=\theta$ とおく．$-1 \leqq 1+2\cos\theta \leqq 3$ であり，$1+2\cos\theta$ のグラフは図 1 のようになる．

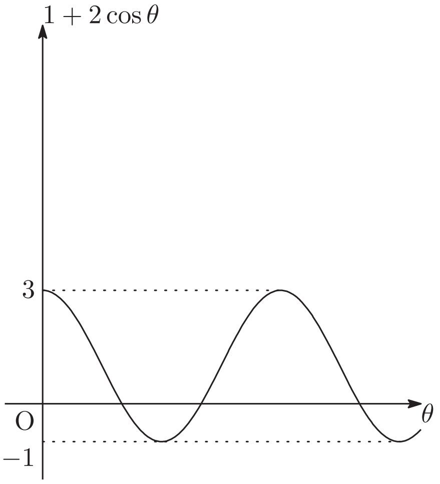

図 1

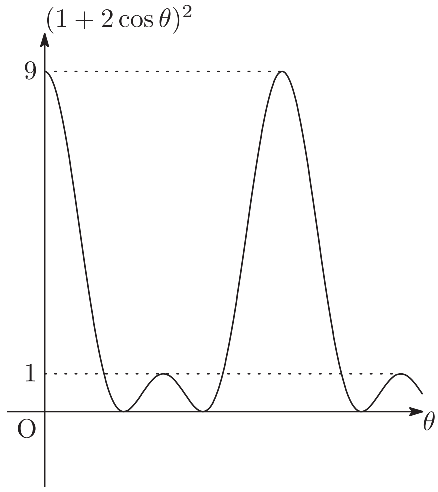

図 2

したがって，$(1+2\cos\theta)^2$ は，$1+2\cos\theta=-1,\ 3$ で極大値 $1, 3$ をとり，$1+2\cos\theta=0$ で極小値 0 をとることがわかるので，$(1+2\cos\theta)^2$ のグラフは図 2 のようになる．$\therefore$ **(C)**

問 9 3 つのスリットからの光の位相が全てそろっている場合は振幅が $3A$ となり最も明るい明線となるが，3 つのスリットのうち $\mathrm{S_2}$ のみ逆位相の場合，明るさは極大になるが，振幅が A となりもっとも明るい明線の 1/9 の明るさになる．

$\boxed{\text{別解}}$

$y_2+y_1+y_3$ の振幅は，$2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right)=\cdots,\ -2\pi,\ 0,\ 2\pi, \cdots$ のときと $2\pi\left(\dfrac{dx}{L\lambda}\right)=\cdots,\ -3\pi,\ -\pi,\ \pi,\ 3\pi,\ \cdots$ のとき，すなわち $x=\cdots,\ -\dfrac{L\lambda}{d},\ 0,\ \dfrac{L\lambda}{d},\ \cdots$ のときと $x=\cdots,\ -\dfrac{3L\lambda}{2d},\ -\dfrac{L\lambda}{2d},\ \dfrac{L\lambda}{2d},\ \dfrac{3L\lambda}{2d}, \cdots$ のときに極大値をとるが，前者よりも後者の方が振幅が小さいため．

＜次頁につづく＞

Ⅳ

$\boxed{\text{略解}}$

問 1 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}mg+\dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg$

問 2 A : $\dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg$, B : 0

問 3 $\sqrt{3}mg+\dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg$

問 4 $3mg\sin\theta$

問 5 75°

$\boxed{\text{解説}}$

問 1 点 O のまわりの力のモーメントのつり合いより，

$$SL\cdot\frac{1}{2}-mg\cdot\frac{L}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}-Mg\cdot\frac{L}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}Mg=0 \qquad \therefore S=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}mg+\frac{\sqrt{3}}{2}Mg}$$

問 2〜問 5

ひも A の張力を S，ひも B の張力を T とおく．小球の速さを v とおくと，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2-mgL\sin\theta=0 \qquad \therefore v=\sqrt{2gL\sin\theta}.$$

また，遠心力を用いると，$T=m\dfrac{v^2}{L}+mg\sin\theta=\boldsymbol{3mg\sin\theta}$ となる．

点 O のまわりの力のモーメントのつり合いの式は，

$$SL\cdot\frac{1}{2}-T\sin\theta\cdot\frac{L}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}-T\cos\theta\cdot\frac{L}{3}\frac{1}{2}-Mg\cdot\frac{L}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

となるので，T の式を代入して整理すると，

$$S=\sqrt{3}mg\sin^2\theta+mg\sin\theta\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}Mg=\frac{mg}{2}(2\sin(2\theta-60^\circ)+\sqrt{3})+\frac{\sqrt{3}}{2}Mg$$

以上より，$2\theta-60^\circ=90^\circ$ のとき，すなわち，$\theta=\boldsymbol{75^\circ}$ のとき S は最大となる．

$\theta=0^\circ$ のとき，$S=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg}$，$T=\boldsymbol{0}$，$\theta=90^\circ$ のとき，$S=\boldsymbol{\sqrt{3}mg+\dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg}$.

＜次頁につづく＞

講評

Ⅰ［力学：放物運動，壁との非弾性衝突］（やや難）問 1〜問 3，問 5 は標準だが，問 4，問 6 は難しい．問 4 では $\theta = 67.5°$ と求めることも可能．

Ⅱ［電磁気：磁場中を運動する導体棒に生じる誘導起電力］（標準）4 つの大問の中ではもっとも解きやすい．できれば完答したい．

Ⅲ［波動：3 つのスリットからの光の干渉］（やや難）丁寧な誘導がついているので，解答し易いが一度解いたことがないと最後まで答えるのは厳しい．

Ⅳ［力学：剛体の釣り合い，鉛直面内の円運動］（やや難）問 2 以降の問題はまとめて扱いたい．問 5 の角度の計算は三角関数の扱いに慣れていないと厳しい．

全体的に計算量も多く，大問 1 と大問 4 の三角関数の計算は物理にしては非常に重い．時間的にも非常に厳しいので，解きやすい問題を優先して解いても 5 割程度とれればかなりの実力者．後期日程の倍率を考えて目標は，50%