医学部進学予備校 メビオ

解答速報

藤田医科大学（前期） 物理

2019年1月29日実施

I

解答

問 1 $f = kx\sin\theta$

問 2 $N = mg - kx\cos\theta$

問 3 $b = \dfrac{mg - 2kx\cos\theta}{2(mg - kx\cos\theta)}a$

問 4 $x = \left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)H$

問 5 $\cos\theta_{\max} = 1 - \dfrac{mg}{2kH}$

問 6 $F = \mu mg - (\mu + \tan\theta)(1 - \cos\theta)kH$

解説

問 1 水平方向の力のつりあいを考えて，$f = kx\sin\theta$.

問 2 鉛直方向の力のつりあいを考えて，$N + kx\cos\theta = mg$．よって $N = mg - kx\cos\theta$.

問 3 点 A のまわりの力のモーメントのつりあいを考えて，$kx\cos\theta\cdot a + N\cdot b = mg\cdot\dfrac{1}{2}a$.

これに $N = mg - kx\cos\theta$ を代入して整理すると，$b = \dfrac{mg - 2kx\cos\theta}{2(mg - kx\cos\theta)}a$.

問 4 $(H + x)\cos\theta = H$ より $x = \left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)H$.

問 5 $\theta = \theta_{\max}$ のとき，(3) の b が 0 となる．つまり $mg - 2kx\cos\theta = 0$.

これに (4) からわかる $x = \left(\dfrac{1}{\cos\theta_{\max}} - 1\right)H$ を代入して整理すると，$\cos\theta_{\max} = 1 - \dfrac{mg}{2kH}$.

問 6 外力の大きさが F であるとき，静止摩擦力の大きさは，垂直抗力の大きさ N を用いて μN と表される．

これより垂直方向と鉛直方向の力のつりあいを考えると

$$\begin{cases} \mu N = F + kx\sin\theta & (\text{水平方向}) \\ N + kx\cos\theta = mg & (\text{鉛直方向}) \end{cases}$$

これらと $x = \left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)H$ から x，N を消去して整理すると，$F = \mu mg - (\mu + \tan\theta)(1 - \cos\theta)kH$.

Ⅱ

解答

問 1 $Q = \varDelta U + W$

問 2 $\dfrac{Q}{n\varDelta T}$，単位は，[J/(mol · K)]

問 3 （ア）Q　（イ）$\dfrac{Q_1}{n\varDelta T}$　（ウ）$nC_V\varDelta T_1$　（エ）$\dfrac{Q_2}{n\varDelta T_2}$

（オ）$p\varDelta V$　（カ）0　（キ）$\varDelta U_1 + nR\varDelta T_1$　（ク）$C_V + R$

解説

問 1 熱力学の第一法則より，$Q = \varDelta U + W$.

問 2 モル比熱は，気体 1 mol を 1 K 変化させるのに必要な熱量だから，$\dfrac{Q}{n\varDelta T}$ [J/(mol · K)].

問 3 (ア) 定積変化なので，仕事は 0．従って，熱力学の第一法則より，$\varDelta U_1 = Q$.

(イ) モル比熱の定義より，$C_V = \dfrac{Q_1}{n\varDelta T}$.

(ウ) (ア) と (イ) の結果より，$\varDelta U_1 = nC_V\varDelta T_1$.

(エ) $C_P = \dfrac{Q_2}{n\varDelta T_2}$.

(オ) $W_{定圧} = p\varDelta V$.

(カ) 温度変化が等しいので，状態変化の種類によらず内部エネルギーの変化量は等しい．
したがって，$\varDelta U_1 - \varDelta U_2 = 0$.

(キ) 定圧変化において，$P\varDelta V = nR\varDelta T_1$ が成り立つ．したがって，熱力学の第一法則より，
$Q_2 = \varDelta U_2 + P\varDelta V = \varDelta U_1 + nR\varDelta T_1$.

(ク) (エ) および (キ) より，$C_P = \dfrac{Q_2}{nT_2} = \dfrac{nC_V\varDelta T_1 + nR\varDelta T_1}{n\varDelta T_1} = C_V + R$.

Ⅲ

解答

問 1 $t_0 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{E}{I_0 R_0} - 1\right)$

問 2 $t_1 = \dfrac{1}{\alpha}\left\{\left(\dfrac{E}{I_1} - 2r\right)\dfrac{1}{R_0} - 1\right\}$

問 3 $t_2 = \dfrac{1}{\alpha}\left[\dfrac{1}{R_0 R_2}\left\{R_1 R_2 + (R_1 - R_2)r\right\} - 1\right]$

問 4 $R_1 = R_2$

解説

問 1 温度 t での抵抗 R の抵抗値を R_t とおく．図 1 の閉回路にキルヒホッフの第二法則を用いると $R_{t_0} = \dfrac{E}{I_0} \cdots (1)$.

また，題意より $R_{t_0} = R_0(1 + \alpha t)$．これを t_0 について解いて $t_0 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{R_{t_0}}{R_0} - 1\right) \cdots (2)$.

(2) 式に (1) 式を代入して $t_0 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{E}{I_0 R_0} - 1\right)$.

問 2 図 2 の閉回路にキルヒホッフ第二法則を用いて $R_{t_0} + 2r = \dfrac{E}{I_1}$．これを解いて $R_{t_1} = \dfrac{E}{I_1} - 2r \cdots (3)$.

(2) 式より，$t_1 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{R_{t_1}}{R_0} - 1\right)$.

(3) 式を代入して $t_1 = \dfrac{1}{\alpha}\left\{\left(\dfrac{E}{I_1} - 2r\right)\dfrac{1}{R_0} - 1\right\}$.

問 3 ホイートストン・ブリッジ回路なので，$(R_{t_2} + r)R_2 = R_1(R_c + r)$ が成り立つ．

$\therefore R_2 = \dfrac{R_1}{R_2}(R_c + r) - r = \dfrac{R_1}{R_2}R_c + \left(\dfrac{R_1}{R_2} - 1\right)r \cdots (4)$.

(2) 式より，$t_2 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{R_{t_2}}{R_0} - 1\right)$ である．

(4) 式を代入して $t_2 = \dfrac{1}{\alpha}\left[\dfrac{1}{R_0 R_2}\left\{R_1 R_2 + (R_1 - R_2)r\right\} - 1\right] \cdots (5)$.

問 4 t_2 が r に依存しなければよいので，(5) 式右辺の r の係数 $= 0$．よって $R_1 = R_2$.

Ⅳ

解答

問 1 $A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

問 2 P：$\dfrac{1-e}{2}A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，Q：$\dfrac{1+e}{2}A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

問 3 $\dfrac{1-e^2}{4}kA^2$

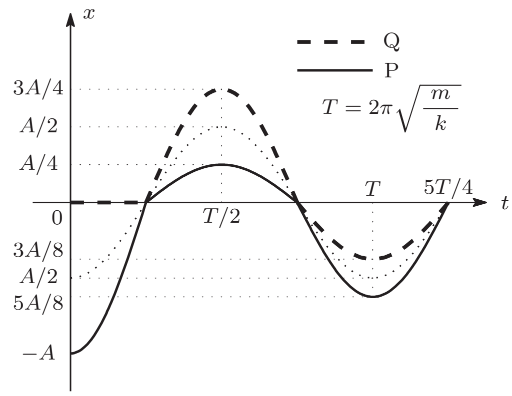
問 4 $\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問 5 0，理由：P，Q の単振動の周期が等しく，両方の振動の中心で衝突したから．

問 6 $\dfrac{A}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

問 7 $-\dfrac{A}{2} \leqq x \leqq \dfrac{A}{2}$

問 8



解説

問 1 質点 P は衝突直前まで角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ 単振動を行い，振動中心 $x = 0$ で衝突が起きる．ゆえに，衝突する直前の P の速度は $v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

問 2 衝突直後の質点 P，Q の速度をそれぞれ v_{P}，v_{Q} とすると，
運動量保存則：$mv_{\max} = mv_{\mathrm{P}} + mv_{\mathrm{Q}}$ と，
反発係数の定義：$e = -\dfrac{v_{\mathrm{P}} - v_{\mathrm{Q}}}{v_{\max}}$ の 2 式が成り立つ.
したがって，$v_{\mathrm{P}} = \dfrac{1-e}{2}v_{\max} = \dfrac{1-e}{2}A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，$v_{\mathrm{Q}} = \dfrac{1+e}{2}v_{\max} = \dfrac{1+e}{2}A\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.
速度の向きは P，Q 共に右向き.

問 3 (力学的エネルギーの変化) $= \left\{\dfrac{1}{2}mv_{\mathrm{P}}^2 + \dfrac{1}{2}mv_{\mathrm{Q}}^2\right\} - \dfrac{1}{2}mv_{\max}^2 = -\dfrac{1}{4}(1-e^2)A^2k$.　　$\therefore\ \dfrac{1}{4}(1-e^2)A^2k$.

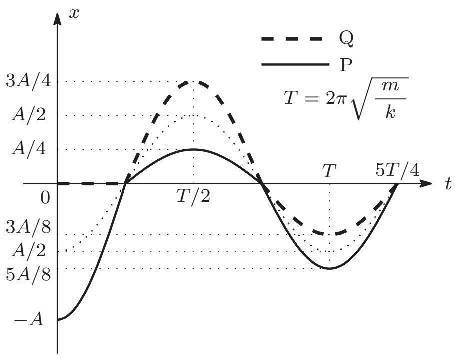
問 4，問 5　P と Q は 1 回目の衝突直後から同じ周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ かつ同じ振動中心 $x = 0$ で単振動する．2 回目の衝突までかかる時間は振動の半周期 $\dfrac{T}{2} = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ で，再び振動中心 $x = 0$ で衝突する.

問 6 求めるのは速さの最大値なので振動中心での速さについて考える．1 回目と 2 回目の衝突直後の P の速さは，$|v_{\mathrm{P1}}| - \dfrac{1}{2}v_{\max} = -\dfrac{e}{2}v_{\max}$，$|v_{\mathrm{P2}}| - \dfrac{1}{2}v_{\max} = \dfrac{e^2}{2}v_{\max}$．同様に考えると n 回目の衝突直後の P の速さ

は $|v_{\mathrm{P}n}| = \dfrac{1+(-e)^n}{2}v_{\max}$ となることがわかる．十分に時間が経つと $n \to \infty$ より，衝突直後の P の速さは $|v_{\mathrm{P}}| = \dfrac{1}{2}v_{\max} = \dfrac{A}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ に近づいていく．十分時間が経つと P，Q は非弾性衝突を繰り返し一体となり単振動を行うので，速さの最大値は振動中心での速さ $|v_{\mathrm{P}}| = \dfrac{A}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ となる．

問 7 十分時間が経過した後は P，Q は一体となり角振動数 ω の単振動をする．振動中心での速さは問 6 より $|v_{\mathrm{P}}| = \dfrac{1}{2}v_{\max}$ なので，十分時間が経過した後の P，Q の振幅を A' とすると，$A' = \dfrac{|v_{\mathrm{P}}|}{\omega} = \dfrac{A}{2}$．
$\therefore -\dfrac{A}{2} \leqq x \leqq \dfrac{A}{2}$．

問 8 衝突のたびに振動中心での速さ v が変わるので，それに伴って振幅 $\dfrac{v}{\omega}$ が変わる．$|v_{\mathrm{P}1}| = \dfrac{1-e}{2}v_{\max} = \dfrac{1}{4}v_{\max}$，$|v_{\mathrm{Q}1}| = \dfrac{1+e}{2}v_{\max} = \dfrac{3}{4}v_{\max}$．問 1 から $\dfrac{v_{\max}}{\omega} = A$．ゆえに 1 回目の衝突から 2 回目の衝突までの単振動の振幅は P，Q それぞれに関して $A_{\mathrm{P}1} = \dfrac{|v_{\mathrm{P}1}|}{\omega} = \dfrac{1}{4}\dfrac{v_{\max}}{\omega} = \dfrac{1}{4}A$，$A_{\mathrm{Q}1} = \dfrac{|v_{\mathrm{Q}1}|}{\omega} = \dfrac{3}{4}A$．また，$|v_{\mathrm{P}2}| = \dfrac{1+e^2}{2}v_{\max} = \dfrac{5}{8}v_{\max}$，$|v_{\mathrm{Q}2}| = \dfrac{1-e^2}{2}v_{\max} = \dfrac{3}{8}v_{\max}$．よって 2 回目の衝突から 3 回目の衝突までの振幅も同様に $A_{\mathrm{P}2} = \dfrac{|v_{\mathrm{P}2}|}{\omega} = \dfrac{5}{8}\dfrac{v_{\max}}{\omega} = \dfrac{5}{8}A$，$A_{\mathrm{Q}2} = \dfrac{|v_{\mathrm{Q}2}|}{\omega} = \dfrac{3}{8}A$．$\therefore$ 衝突してから次の衝突まで $\dfrac{T}{2} = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$，P は $x = -A$ からスタートして 1 回目の衝突まで $-\cos$ 型の単振動を行うことに注意してグラフを書くと上図のようになる．



講評

Ⅰ［力学：剛体のつりあい，摩擦，弾性力］（標準）標準的な問題．物体が滑らない条件を定義どおりにかければ完答できる．

Ⅱ［熱：モル比熱の定義とマイヤーの関係式］（基本）モル比熱の定義を問う問題．基本的な問題なので，完答したい．

Ⅲ［電磁気：抵抗の温度依存性と温度測定，ホイートストンブリッジ］（標準）抵抗率の温度依存性を用いた温度測定と，ホイートストンブリッジを用いた測定回路に関しての考察問題．高精度の測定回路ではホイートストンブリッジ回路を利用すること多い．標準的な内容ではあるが，ホイートストンブリッジであることに気づかないと完答は難しいだろう．

Ⅳ［力学：単振動と衝突，反発係数，重心系］（やや難）重心系の考え方を知っていると優しいがレベルは高い．類題を扱ったことがあるかどうかで差がつく．

大問 4 以外は基本的な問題ばかりで解きやすい．例年に比べ全体的に易しいと感じた受験生も多かったのではないだろうか．目標は，70%